Karlsruhe Institut für Technologie (KIT)
Institut für Analysis
Priv.-Doz. Dr. P. C. Kunstmann

Herbst 2014
24.09.2014

Modulprüfung / Bachelor

Komplexe Analysis und Integraltransformationen

Aufgabe 1 (5+5 Punkte)

a) Mithilfe der Laplace-Transformation bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$y'' + y = \sin 2x\ ,\ x > 0 \quad y(0) = 2\ , y'(0) = 1\,.$$

b) Die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sei definiert durch $f(x) = \sin^{\alpha}(x)\cos^{\beta}(x)$ für $x \in [-\pi, \pi)$, $\alpha, \beta \in \mathbb{N}$; $f(x + 2\pi) = f(x)$.

i) Bestimmen Sie, für welche α und β die Fourierreihe von f eine reine Sinusreihe, bzw. eine reine Kosinusreihe ist.

ii) Berechnen Sie die komplexen Fourier-Koeffizienten c_k der Funktion f für $\alpha = 2$, $\beta = 1$.

Aufgabe 2 (6+4 Punkte)

a) Berechnen Sie die folgenden Integrale. Die Integrationswege sollen jeweils positiv orientierte einfach geschlossene Kurven sein.

i)
$$\int_{|z|=1} \frac{5\cos z}{z}\, dz$$

ii)
$$\int_{|z-2|=\frac{1}{2}} \frac{z}{(z-1)(z-2)^2}\, dz$$

iii)
$$\int_{|z-5|=2} \frac{e^z}{z^5 - 1}\, dz\,.$$

b) Es sei

$$f(z) = \int_{|\zeta|=5} \frac{2\zeta^4 - \zeta^3 + 2\zeta^2 + 1}{\zeta - z}\, d\zeta\,, \quad z \in \mathbb{C}\,, |z| \neq 5\,,$$

wobei der Integrationsweg einfach geschlossen und positiv orientiert ist. Bestimmen Sie $f'''(1 - 2i)$. Begründen Sie die Antwort.

Viel Erfolg!

Nach der Klausur:

Die Klausurergebnisse hängen ab **15.10.2014**, am Schwarzen Brett neben Zimmer 3A-17 (Allianz-Gebäude 05.20) aus und liegen unter

`http://www.math.kit.edu/iana1/`

im Internet.

Die Klausureinsicht findet am Mittwoch, den **22.10.2014**, von 16 bis 18 Uhr im Hörsaal am Fasanengarten (Geb.50.35) statt.

Die mündlichen Nachprüfungen sind in der Woche vom **27.10.2014** bis **31.10.2014**.