

Modulprüfung / Bachelor
Höhere Mathematik II für die Fachrichtung
Elektrotechnik und Informationstechnik

Aufgabe 1 (6+4 Punkte)

Gegeben sei die symmetrische Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -2 & -4 \\ -2 & 0 & -2 \\ -4 & -2 & -3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}.$$

- a) Bestimmen Sie die Eigenwerte und die Eigenvektoren der Matrix A .
- b) Bestimmen Sie eine orthogonale Matrix $S \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ so, dass $S^{-1}AS$ Diagonalgestalt hat. Geben Sie S^{-1} und $S^{-1}AS$ an.

Aufgabe 2 (6+4 Punkte)

- a) Gegeben sei die Kurve

$$\gamma: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad \gamma(t) = \begin{pmatrix} e^{-t} \cos t \\ e^{-t} \sin t \\ e^{-t} \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Länge der Kurve γ und bestimmen Sie die Darstellung von γ bezüglich der Bogenlänge.

- b) Bestimmen Sie alle lokalen Extrema der Funktion $f: (0, \infty) \times (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y) := xy + \frac{50}{x} + \frac{20}{y}.$$

Aufgabe 3 (4+3+3 Punkte)

- a) Gegeben sei das Vektorfeld

$$\vec{v}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad \vec{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} \frac{2}{(y+z)^{\frac{1}{2}}} \\ -\frac{x}{(y+z)^{\frac{3}{2}}} \\ -\frac{x}{(y+z)^{\frac{3}{2}}} \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie, dass \vec{v} ein Potentialfeld ist, und berechnen Sie ein zugehöriges Potential.

b) Es sei $K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y^2 \leq 2x, x \leq \frac{1}{2}\}$. Berechnen Sie $\iint_K xy^2 d(x, y)$ und den Flächeninhalt von K .

c) Die Oberfläche von $D := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z^2, 0 \leq z \leq 1\}$ wird mit \mathcal{F} bezeichnet, und es sei

$$\vec{v}(x, y, z) := \begin{pmatrix} x^2 \\ y^2 \\ z^2 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie

$$\iint_{\mathcal{F}} \vec{v} \cdot \vec{N} d\sigma,$$

wobei \vec{N} der Normaleneinheitsvektor ist, der ins Äußere des Gebietes D weist.

Viel Erfolg!

Nach der Klausur:

Die Klausurergebnisse liegen ab Freitag, dem **10.04.2015** unter

<http://www.math.kit.edu/iana1/>

im Internet.

Die Klausureinsicht findet am Mittwoch, den **15.04.2015**, von 16 bis 18 Uhr im Hörsaal am Fasanengarten (Geb.50.35) statt.

Die mündlichen Nachprüfungen sind in der Woche vom **20.04.2015** bis **24.04.2015**.