Wählen sie alle richtigen Aussagen:

(a) Sei $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ für ein $n \in \mathbb{N}$ mit $\det(A-\lambda I) = (\lambda-2)(\lambda-3)^2$ (*)

(1) $n=3$.

(2) $1 \leq \dim \operatorname{Kern}(A-3I) \leq 2$.

(3) Es kann sein, dass es keine EV zum eigenwert, 2 oder 3 gibt.

(4) A ist diagonalisierbar.

(b) Sei $B \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ mit $\chi_B(\lambda) = \lambda(\lambda-1)(\lambda-2)$.

(5) B ist diagonalisierbar.

(6) keine Ahnung für keine Frage.

---

(1) ✓ weil die Dimension der Matrix gleich ist wie der Grad von $\chi_A(\lambda)$.

→ Bem 1.5.1

(2) ✓ $\dim \operatorname{Kern}(A-3I) \leq 2$ → algebraische Vielfachheit

geometrische Vielfachheit

Aber $\dim \operatorname{Kern}(A-3I) \geq 1$ sonst gälte.

$\dim \operatorname{Kern}(A-3I)=0 \Rightarrow \operatorname{Kern}(A-3I)=\{0\}$

$\Rightarrow A-3I$ invbar $\Rightarrow \det(A-3I)\neq 0$.

was (*) widerspricht, weil $\det(A-3I)=(3-2)(3-3)^2=0$.

Also für jeder Nullstelle λ_0 von

$\det(A-\lambda_0 I)=0$ gilt $\dim \operatorname{Kern}(A-\lambda_0 I)\geq 1$. (1)

(3) Falsch wegen (1).

(4) Falsch. Es könnte sein, dass

die $\underline{\dim \operatorname{Kern}(A-3I)}=1<2$.

und dann ist nach Satz 1.5.1 A

nicht diagonalisierbar. (Ein Beispiel

mit $A=\begin{pmatrix}2&0&0\\0&3&1\\0&0&3\end{pmatrix}$.

(5) richtig, weil alle EWe algebraische

Vielfachheit 1 haben. Wegen (1) und

Bem 1.5.1 haben alle EWe geometrische

Vielfachheit auch 1. Also nach Satz 1.5.1 ist B

diagbar.