21.04.2020
apl. Prof. Dr. Peer Kunstmann
Dr. Semjon Wugalter
M.Sc. Michael Ullmann

Karlsruhe Institute of Technology

Höhere Mathematik II für die Fachrichtung Elektrotechnik und Informationstechnik

1. Übungsblatt
(wird am Donnerstag, den 23.04.2020 besprochen)

Aufgabe 1 (Determinantenberechnung)

(a) Berechnen Sie die Determinante der Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -7 & -3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$.

(b) Gegeben seien die beiden Matrizen

$$B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3} \text{ und } B_2 = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 9 & 2 & 3 \\ 5 & 0 & 8 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}.$$

Berechnen Sie jeweils die Determinante von den Matrizen B_1 und B_2 mit Hilfe

(b1) der Regel von Sarrus.

(b2) des Laplace'schen Entwicklungssatzes nach der ersten Zeile.

(b3) Spaltenumformungen und anschließender passenden Anwendung des Laplace'schen Entwicklungssatzes.

(c) Gegeben sei die Matrix

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 1 \\ 2 & 6 & 10 & 4 \\ 2 & 5 & 11 & 7 \\ 1 & 3 & 8 & 8 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4\times 4}.$$

Berechnen Sie die Determinante von der Matrix C indem Sie mittels Spaltenumformung die erste Zeile zum ersten Einheitsvektor umformen und anschließend nach diesem entwickeln. Versuchen Sie hierbei für die weiter aufkommenden 3×3-Matrizen nicht die Regel von Sarrus zu verwenden, sondern berechnen Sie diese wie in Teil (b2) bzw. (b3) mit Hilfe vom Laplace'schen Entwicklungssatz.

(d) Welche der in dieser Aufgabe aufgetretenen Matrizen war singulär (d.h. nicht invertierbar)?

Aufgabe 2 (Zweite Cramersche Regel)

Sei $\lambda \in \mathbb{R}$. Gegeben ist das folgende Gleichungssystem

$$\begin{aligned}(\lambda-2)\,x_1+(\lambda-1)\,x_2-(\lambda-1)\,x_3&=0,\\ (6-3\lambda)\,x_1+\left(\lambda^2-1\right)x_2+(\lambda-1)\,x_3&=0,\\ \left(\lambda^2-\lambda-2\right)x_1+\lambda\,(\lambda-1)\,x_2-\lambda\,(\lambda-1)\,x_3&=\lambda-1.\end{aligned}$$

Gesucht ist hierbei (sofern existent) die Lösung $\vec{x} := (x_1, x_2, x_3)^T \in \mathbb{C}^3$.

(a) Geben Sie die Matrix $A_\lambda \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ und den Vektor $\vec{b}_\lambda \in \mathbb{R}^3$ an so, dass das obige Gleichungssystem äquivalent ist zu dem linearen Gleichungssystem

$$A_\lambda \vec{x} = \vec{b}_\lambda.$$

(b) Berechnen Sie die Determinante der Matrix A_λ.

(c) Für welche Zahlen $\lambda \in \mathbb{R}$ ist das obige Gleichungssystem eindeutig lösbar. Geben Sie in diesen Fällen die Lösung $\vec{x}$ mittels der Cramerschen Regel an.

Hinweise:

- Bitte melden Sie sich bis zum Samstag, den 25.04.2020 bis 20.00 Uhr unter dem Link

  `https://www.redseat.de/kit-etit/`

  für ein Tutorium an.
- Melden Sie sich im Ilias (`https://ilias.studium.kit.edu/`) für diesen Kurs an.
- Alle wichtigen Informationen werden im Ilias stehen und auch auf der Homepage

  `http://www.math.kit.edu/iana1/lehre/hm2etit2020s/`

  Die Video-Aufzeichnungen der Vorlesungen, Übungen, etc. werden aber **nur** im Ilias zugänglich sein.
- In der Übung werden hauptsächlich die Aufgaben vorgerechnet und Tipps, Hinweise, etc. gegeben.
- Im Tutorium sollen die Studierenden die Aufgaben unter Hilfestellung lösen, dabei orientieren sich die Tutoriumsaufgaben stets stark an den Aufgaben aus der Übung. Es werden eventuell so nur teilweise Lösungen besprochen, allerdings wird es Lösungsvorschläge zu allen Aufgaben (Übung und Tutorium) online auf der Homepage und im Ilias geben.