

# Höhere Mathematik II für die Fachrichtung Elektrotechnik und Informationstechnik

## 3. Übungsblatt (wird am Mittwoch, den 06.05.2020 besprochen)

### Aufgabe 1 (Unitär Diagonalisierbar)

Gegeben sei die Matrix

$$A := \frac{1}{9} \begin{pmatrix} -4 + 5i & -4 - 4i & 0 & -2 - 2i \\ -4 - 4i & -5 + 4i & -2 - 2i & 0 \\ 0 & -2 - 2i & -4 + 5i & 4 + 4i \\ -2 - 2i & 0 & 4 + 4i & -5 + 4i \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{4 \times 4}.$$

- Zeigen Sie, dass die Matrix  $A$  normal ist.
- Berechnen Sie die Eigenwerte der Matrix  $A$ , sowie die dazugehörigen Eigenvektoren.
- Begründen Sie, dass die Matrix  $A$  unitär diagonalisierbar ist, d.h. es existiert eine unitäre Matrix  $U \in \mathbb{C}^{4 \times 4}$  und eine Diagonalmatrix  $D \in \mathbb{C}^{4 \times 4}$  mit  $A = UDU^*$ .

### Aufgabe 2 (Jordan-Normalform)

Gegeben sei die Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}.$$

- Berechnen Sie die Eigenwerte der Matrix  $A$ , sowie die dazugehörigen Eigenvektoren.
- Warum ist die Matrix  $A$  nicht diagonalisierbar? Bestimmen Sie die (komplexe) Jordan-Normalform  $J \in \mathbb{C}^{4 \times 4}$  der Matrix  $A$  und geben Sie eine reguläre Matrix  $S \in \mathbb{C}^{4 \times 4}$  mit  $J = S^{-1}AS$  an.

### Aufgabe 3 (Definitheit von symmetrischen Matrizen)

Gegeben sei die Matrix

$$A(t) := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & t \\ 1 & t & 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \text{ für } t \in \mathbb{R}.$$

- Begründen Sie, dass die Matrix  $A$  symmetrisch ist für alle  $t \in \mathbb{R}$ .
- Für welche  $t \in \mathbb{R}$  ist die Matrix  $A(t)$  eine symmetrisch positiv definite Matrix? Was für ein Typ an Definitheit bzw. Indefinitheit liegt in den anderen Fällen vor?