

**Höhere Mathematik II für die Fachrichtung
Elektrotechnik und Informationstechnik**

7. Übungsblatt

Aufgabe 1

Bestimmen Sie mit Hilfe der Multiplikatorenregel von Lagrange diejenigen Punkte $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ auf der Kreislinie $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$, die vom Punkt $(-1, 1)$ den kleinsten bzw. den größten Abstand haben. Geben Sie die Abstände an.

Aufgabe 2

Das Vektorfeld $\vec{g}: \mathbb{R}^3 \setminus \{\vec{0}\} \rightarrow \mathbb{R}^3$ ist gegeben durch

$$\vec{g}(x, y, z) = \frac{x^2 + y^2 + z^2 - 2}{(x^2 + y^2 + z^2)^2} (x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2 + z\vec{e}_3).$$

Bestimmen Sie die Rotation und die Divergenz von \vec{g} .

Aufgabe 3

Ein C^2 -Skalarfeld $f: \mathbb{R}^n \setminus \{\vec{0}\} \rightarrow \mathbb{R}$ heißt *radialsymmetrisch*, falls $f(\vec{x})$ nur von $\|\vec{x}\|$ abhängt, d.h. falls $f(\vec{x}) = f(\vec{y})$ für alle $\vec{x}, \vec{y} \in \mathbb{R}^n \setminus \{\vec{0}\}$ mit $\|\vec{x}\| = \|\vec{y}\|$ gilt.

In diesem Falle gibt es eine zweimal stetig differenzierbare Funktion $F: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(\vec{x}) = F(\|\vec{x}\|)$ für alle $\vec{x} \in \mathbb{R}^n \setminus \{\vec{0}\}$. Zeigen Sie für jedes $\vec{x} \in \mathbb{R}^n \setminus \{\vec{0}\}$

$$\Delta f(\vec{x}) = F''(\|\vec{x}\|) + \frac{n-1}{\|\vec{x}\|} F'(\|\vec{x}\|).$$