Karlsruhe Institut für Technologie (KIT)
Institut für Analysis
apl.Prof. Dr. P. C. Kunstmann
Dr. S. Wugalter
M.Sc. M. Ullmann

Sommersemester 2020
03.06.2020

Höhere Mathematik II für die Fachrichtung Elektrotechnik und Informationstechnik

8. Übungsblatt

Aufgabe 1

a) Die Kurve $\gamma\colon [0,2\pi] \to \mathbb{R}^3$ ist gegeben durch $\gamma(t) = (t\cos t, t\sin t, t)$. Berechnen Sie

$$\int_\gamma f\,ds \qquad \text{für} \quad f(x,y,z) := 2z - \sqrt{x^2+y^2}\,.$$

b) Berechnen Sie das Kurvenintegral $\displaystyle\int_\gamma \vec{v}\cdot d\vec{s}$.

$$\vec{v}(x,y) = (e^x, xy)\,, \qquad \gamma(t) = (\cos t, \sin t)\,, \quad 0 \leqslant t \leqslant 2\pi$$

Aufgabe 2

Die Funktionen $\vec{v}, \vec{w}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ sind gegeben durch

$$\vec{v}(x,y,z) := \begin{pmatrix} y^2 + 2z^3yx \\ 2y + z^3x^2 \\ y^2 + 3z^2yx^2 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad \vec{w}(x,y,z) := \begin{pmatrix} z^2 \\ e^z \\ ye^z + 2xz \end{pmatrix}.$$

a) Überprüfen Sie jeweils, ob es sich um ein Potentialfeld handelt, und bestimmen Sie gegebenenfalls ein zugehöriges Potential.

b) Berechnen Sie die Kurvenintegrale

$$\int_\gamma \vec{v}\cdot d\vec{s} \qquad \text{und} \qquad \int_\gamma \vec{w}\cdot d\vec{s},$$

wobei die Kurve $\gamma\colon [0,1] \to \mathbb{R}^3$ durch $\gamma(t) = (1-t, t, 0)$ gegeben ist.

Aufgabe 3

Finden Sie $a, b, c \in \mathbb{R}$ so, dass die Funktion

$$\vec{v}\colon \{\, (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ x,y,z > 0 \,\} \to \mathbb{R}^3, \quad \vec{v}(x,y,z) = \begin{pmatrix} x + ay - 3z \\ x + 2y + bz \\ cx + y + 4z \end{pmatrix}$$

ein Potentialfeld ist, und berechnen Sie ein zugehöriges Potential.