

Höhere Mathematik II für die Fachrichtung  
Elektrotechnik und Informationstechnik

10. Übungsblatt

**Aufgabe 1**

Es sei  $\gamma$  eine Kurve, deren Träger der positiv durchlaufene Rand des Rechtecks mit den Ecken  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(1, 1)$  und  $(0, 1)$  ist.  $\vec{v}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  sei gegeben durch

$$\vec{v}(x, y) = \begin{pmatrix} x^2 + xy \\ x^2y - y^2 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie  $\oint_{\gamma} (\vec{v} \cdot \vec{N}) ds$  zunächst direkt und anschließend mit dem Divergenzsatz.

**Aufgabe 2**

Es seien

$$\vec{v}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \vec{v}(x, y) = \begin{pmatrix} e^x - y \\ x \end{pmatrix}$$

und

$$\gamma: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2, \gamma(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie

$$\oint_{\gamma} \vec{v} \cdot d\vec{s}.$$

zunächst direkt und anschließend mit dem Gaußschen Integralsatz.

**Aufgabe 3**

Es seien  $G$  und  $\partial G$  wie in 20.6 in dem Vorlesungsskript. Es seien  $f, g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  
 $f(x, y) = a_1xy + b_1x + c_1y + d_1$ ,  $g(x, y) = a_2xy + b_2x + c_2y + d_2$   
Zeigen Sie dass für alle  $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2, d_1, d_2 \in \mathbb{R}$  gilt

$$\oint_{\partial G} f \frac{\partial g}{\partial \vec{N}} ds = \oint_{\partial G} g \frac{\partial f}{\partial \vec{N}} ds$$