

Höhere Mathematik II für die Fachrichtung
Elektrotechnik und Informationstechnik

12. Übungsblatt

Aufgabe 1

Bestimmen Sie für alle $a, b, c > 0$ das Volumen $\iiint_E d(x, y, z)$ der Menge

$$E = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \left(\frac{x - 2y}{a} \right)^2 + \left(\frac{y + 3z}{b} \right)^2 + \left(\frac{z}{c} \right)^2 \leq 1 \right\}.$$

Aufgabe 2

Berechnen Sie für die Menge

$$A = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq 1 \text{ und } x^2 + y^2 \leq (1 - z)^2 \right\}$$

das Integral

$$\iiint_A (x^2 + y^2)^2 e^{2(1-z)^7} d(x, y, z).$$

Aufgabe 3

Es sei

$$A = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq \frac{\pi}{2} \text{ und } (x - y^2)^2 + (y + 3z)^2 \leq 4 \right\}$$

Berechnen Sie das Integral

$$\iiint_A \cos z d(x, y, z).$$

Aufgabe 4

Sei $B := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \|(x, y, z)\| \leq 2\}$. Eine kugelförmige Gasansammlung besitze die Massendichte

$$\varrho(x, y, z) = \begin{cases} \frac{1}{1 + x^2 + y^2 + z^2} & \text{für } 0 \leq \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \leq 1, \\ 0 & \text{für } 1 < \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \leq 2. \end{cases}$$

Berechnen Sie die gesamte Masse $\iiint_B \varrho(x, y, z) d(x, y, z)$.