

Höhere Mathematik II für die Fachrichtung Elektrotechnik und Informationstechnik

1. Tutoriumsblatt

Aufgabe 1 (Gemischtes)

Zeigen oder widerlegen Sie:

- (a) $\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$ für alle Matrizen $A, B \in \mathbb{K}^{n \times n}$.
- (b) $\det(\lambda A) = \lambda^n \det(A)$ für alle Matrizen $A \in \mathbb{K}^{n \times n}$ und Skalare $\lambda \in \mathbb{K}$.
- (c) Sind die Matrizen $A, B \in \mathbb{C}^{n \times n}$ unitär, so ist auch deren Summe $A + B \in \mathbb{C}^{n \times n}$ unitär.

Aufgabe 2 (Cramersche Regel)

Gegeben seien

$$A := \begin{pmatrix} -2 & 3 & 3 \\ 5 & -2 & -4 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \text{ und } \vec{b} := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3.$$

- (a) Berechnen Sie die Determinante von der Matrix A . Ist die Matrix A regulär? Begründen Sie.
- (b) Lösen Sie mittels der Cramerschen Regel das lineare Gleichungssystem $A\vec{x} = \vec{b}$.

Aufgabe 3 (Gram-Schmidt Verfahren & Orthogonale Matrizen)

Gegeben seien die beiden Vektoren

$$\vec{v}_1 := \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \text{ und } \vec{v}_2 := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3.$$

- (a) Zeigen Sie, dass die beiden Vektoren \vec{v}_1 und \vec{v}_2 linear unabhängig zueinander sind.
- (b) Führen Sie mit den beiden Vektoren \vec{v}_1 und \vec{v}_2 das Gram-Schmidt Verfahren durch. Was für Vektoren \vec{b}_1 und \vec{b}_2 haben Sie hiermit erhalten?
- (c) Ergänzen Sie die beiden Vektoren \vec{b}_1 und \vec{b}_2 durch einen dritten Vektor $\vec{b}_3 \in \mathbb{R}^3$ zu einer Orthonormalbasis von \mathbb{R}^3 . Ist dieser Vektor eindeutig? Falls nicht, geben Sie alle möglichen Vektoren an.

Aufgabe 4 (Knobelaufgabe (freiwillig))

Gegeben sei die Matrix

$$A_n := \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 1 & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}.$$

Schreiben Sie sich die Fälle $n = 1, 2, 3, 4$ einmal auf. Was ergibt sich für die Determinante in diesen Fällen? Was ist die Determinante der Matrix A_n ? Beweisen Sie ihre Vermutung.

Hinweise:

- Bitte melden Sie sich bis zum Samstag, den 25.04.2020 bis 20.00 Uhr unter dem Link

<https://www.redseat.de/kit-etit/>

für ein Tutorium an.

- Melden Sie sich im Ilias (<https://ilias.studium.kit.edu/>) für diesen Kurs an.
- Alle wichtigen Informationen werden im Ilias stehen und auch auf der Homepage

<http://www.math.kit.edu/iana1/lehre/hm2etit2020s/>

Die Video-Aufzeichnungen der Vorlesungen, Übungen, etc. werden aber **nur** im Ilias zugänglich sein.

- In der Übung werden hauptsächlich die Aufgaben vorgerechnet und Tipps, Hinweise, etc. gegeben.
- Im Tutorium sollen die Studierenden die Aufgaben unter Hilfestellung lösen, dabei orientieren sich die Tutoriumsaufgaben stets stark an den Aufgaben aus der Übung. Es werden eventuell so nur teilweise Lösungen besprochen, allerdings wird es Lösungsvorschläge zu allen Aufgaben (Übung und Tutorium) online auf der Homepage und im Ilias geben.