

# Höhere Mathematik II für die Fachrichtung Elektrotechnik und Informationstechnik

## 3. Tutoriumsblatt

### Aufgabe 1 (Unitär Diagonalisierbar)

Gegeben sei die Matrix

$$A := \frac{1}{5} \begin{pmatrix} -1 + 4i & 0 & -2 - 2i \\ 0 & 5i & 0 \\ -2 - 2i & 0 & -4 + i \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{3 \times 3}$$

- Zeigen Sie, dass die Matrix  $A$  normal ist.
- Berechnen Sie die Eigenwerte der Matrix  $A$ , sowie die dazugehörigen Eigenvektoren.
- Begründen Sie, dass die Matrix  $A$  unitär diagonalisierbar ist, d.h. es existiert eine unitäre Matrix  $U \in \mathbb{C}^{3 \times 3}$  und eine Diagonalmatrix  $D \in \mathbb{C}^{3 \times 3}$  mit  $A = UDU^*$ .

### Aufgabe 2 ((Komplexe) Jordan-Normalform)

Gegeben sei die Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}.$$

- Berechnen Sie die Eigenwerte der Matrix  $A$ , sowie die dazugehörigen Eigenvektoren.
- Warum ist die Matrix  $A$  nicht diagonalisierbar? Bestimmen Sie die (komplexe) Jordan-Normalform  $J \in \mathbb{C}^{4 \times 4}$  der Matrix  $A$  und geben Sie eine reguläre Matrix  $S \in \mathbb{C}^{4 \times 4}$  mit  $J = S^{-1}AS$  an.

### Aufgabe 3 (Definitheit von symmetrischen Matrizen)

Gegeben sei für  $a, b, c \in \mathbb{R}$  die Matrix

$$A := \begin{pmatrix} a & a+b & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & c \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}.$$

- Begründen Sie, dass die Matrix  $A$  symmetrisch ist.
- Für welche  $a, b, c \in \mathbb{R}$  ist die Matrix positiv definit?
- Sei nun  $c = 0$ . Welche Definitheiten/ Indefinitheit sind nun möglich und in welchen Fällen treten diese auf?