

Höhere Mathematik II für die Fachrichtung Elektrotechnik und Informationstechnik

6. Tutoriumsblatt

Aufgabe 1 (Implizit-definite Funktionen)

Gegeben sei die Funktion

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, (x, y, z) \mapsto z^5 + xz^3 - 2z^2 + xyz - xy^2 + 3.$$

Zeigen Sie, dass die Gleichung

$$f(x, y, z) = 0$$

in einer gewissen offenen Umgebung $V \subseteq \mathbb{R}^2$ um den Punkt $(0, 1)$ eine stetig differenzierbare Funktion $g: V \rightarrow \mathbb{R}$ existiert mit $g(0, 1) = -1$ und

$$f(x, y, g(x, y)) = 0 \text{ für alle } (x, y) \in V.$$

Berechnen Sie anschließend die Ableitung von g allgemein und im Punkt $(0, 1)$.

Aufgabe 2 (Lokale Extremwerte)

(a) Bestimmen Sie alle lokalen Extremwerte der Funktion

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto (x^2 + 2y^2) e^{-x^2 - y^2}$$

auf \mathbb{R}^2 , und entscheiden Sie danach, ob es sich um Maxima bzw. Minima handelt.

(b) Begründen Sie, dass die Funktion

$$g: [0, 5]^2 \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto x^2y - 4xy + 4y - 2x^2 - 2$$

auf der Menge $K := [0, 5]^2 \subseteq \mathbb{R}^2$ ein Minimum und ein Maximum besitzt und berechnen Sie diese anschließend. (**Hinweis:** Für den Rand von K überlegen Sie, wie Sie jeweils die vier Seiten von dem Quadrat beschreiben können.)

Aufgabe 3 (Extremwertberechnung unter Nebenbedingungen)

Berechnen Sie das Maximum der Menge

$$\{xyz \mid x, y, z \geq 0 \text{ und } x + y + z = 1\} \subseteq \mathbb{R}.$$

Fällt Ihnen eine Interpretation dazu ein? Wie lautet diese?