

5. Übungsblatt

Höhere Mathematik III für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe 1:

Berechnen Sie jeweils $\int_{\gamma} f(z) dz$.

- a) $f(z) = \bar{z}z^2$, γ : geradlinige Verbindung von -1 nach i
- b) $f(z) = \bar{z}z^2$, $\gamma : z(t) = e^{i(\pi-t)}$, $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$
- c) $f(z) = (z)^2$, γ : positiv orientierter Rand von $\{z \in \mathbb{C} \mid 0 < \operatorname{Re}(z) < 1, 0 < \operatorname{Im}(z) < 1\}$

Aufgabe 2:

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

- a) $\oint_{|z|=1} \frac{\cos \pi z}{z} dz$
- b) $\oint_{|z|=2} \frac{z^3}{z^2 + 1} dz$
- c) $\oint_{\gamma} \frac{(z+1)^2}{(z^2+1)(z-1)} dz$, $\gamma = \{z \in \mathbb{C} : |\operatorname{Re} z| + |\operatorname{Im} z| = 2\}$

Aufgabe 3:

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

- a) $\int_0^{2\pi} \cos^{2n} t dt \quad (n \in \mathbb{N})$
- b) $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{2 + \sin t}$
- c) $\int_0^{2\pi} e^{e^{it}} dt$

(**Hinweis:** Es ist jeweils eine geeignet gewählte Funktion längs der Einheitskreislinie zu integrieren.)

Aufgabe 4:

Es seien $G \subset \mathbb{C}$ ein Gebiet, $f : G \rightarrow \mathbb{C}$ eine stetige Funktion und γ eine im Gebiet G verlaufende Kurve.

Zeigen Sie:

$$\left| \int_{\gamma} f(z) dz \right| \leq \max_{z \in \gamma} |f(z)| \cdot \text{Länge von } \gamma.$$

Aufgabe 5:

Es sei $\Gamma_R : z(t) = R e^{it}$, $0 \leq t \leq \frac{\pi}{4}$.

Berechnen Sie $\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{\Gamma_R} e^{iz^2} dz$.

Für die 1. Übungsklausur HM III am

Samstag, 6.12.2008 von 11.00 – 13.00 Uhr

ist *keine* Anmeldung erforderlich.

Die Räume sind wie folgt:

Fachrichtung Physik:	Gerthsen
Fachrichtung Elektroingenieurwesen:	Neue Chemie
Fachrichtung Geodäsie:	Neue Chemie