

## 9. Übungsblatt

### Höhere Mathematik III für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

#### Aufgabe 1:

Wiederholen Sie, was in HM I, II im Zusammenhang mit Differentialgleichungen durchgenommen wurde.

#### Aufgabe 2:

Zur Lösung des Anfangswertproblems (AWP)

$$\begin{aligned}y' &= (1 + y) \cos(x) , \quad x \in \mathbb{R}, \\y(0) &= 1 ,\end{aligned}$$

betrachte die Funktionenfolge  $(y_n)_n$ :

$$\begin{aligned}y_{n+1}(x) &:= 1 + \int_0^x (1 + y_n(t)) \cos(t) dt, \\y_0(x) &:= 1 \quad (x \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N} \cup \{0\}).\end{aligned}$$

- Berechnen Sie  $y_1, y_2, y_3, y_4$ .
- Zeigen Sie, dass der Grenzwert

$$y(x) := \lim_{n \rightarrow \infty} y_n(x) \text{ für alle } x \in \mathbb{R}$$

existiert und die Funktion  $y$  tatsächlich die Lösung des AWP ist.

#### Aufgabe 3:

Bestimmen Sie die Kurven, für welche die von Kurve, Ordinate sowie  $x$ - und  $y$ -Achse eingeschlossene Fläche gleich

$$\text{a) } F(x, y) = \frac{y^3}{2x}, \quad \text{b) } F(x, y) = \frac{x}{y} \quad \text{ist.}$$

#### Aufgabe 4:

Bestimmen Sie die Kurven, für die der Winkel zwischen Ortsvektor und Tangente gleich dem halben Winkel zwischen Ortsvektor und  $x$ -Achse ist.

### Aufgabe 5:

Lösen Sie die DGLn:

a)  $y' = \frac{1}{e^y + 2x}$ . Fassen Sie die Gleichung als eine Gleichung für  $x = x(y)$  auf.

Geben Sie die Lösung durch  $(0, 1)$  in der Form  $y = h(x)$  und die Lösung durch  $(-1, 2)$  in der Form  $x = x(y)$  an.

b)  $yy'' + e^{2x}(y')^2 + yy' \cos(x) = 0$ .

Substituieren Sie:  $y(x) \rightarrow u(x) := \frac{y'(x)}{y(x)}$ .

c)  $y'' + \frac{2}{x}y' - \frac{8}{x^2(x+2)^2}y = 0$ .

Substituieren Sie:  $x \rightarrow t := \frac{x}{x+2}$ .

d)  $x^4y'' + 2x^3y' + n^2y = 0$ .

Substituieren Sie:  $x \rightarrow t := g(x)$ , und zwar so, dass in der transformierten Gleichung die erste Ableitung der gesuchten Funktion nicht auftritt.

### Aufgabe 6:

**Frohe Weihnachten und ein gesundes und glückliches Jahr 2009.**