

**1. Übungsklausur**  
**Höhere Mathematik III für die Fachrichtungen**  
**Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie**

**Aufgabe 1 (10 Punkte)**

- a) Berechnen Sie alle  $\alpha \in \mathbb{R}$ , für die  $(1 - i)^{\alpha i}$  reell ist.
- b) Für welche  $z \in \mathbb{C}$  ist  $\sin(z)$  reell?
- c) Geben Sie vier in  $\mathbb{R}^2$  harmonische Funktionen an, die keine Polynome sind.

**Aufgabe 2 (10 Punkte)**

Es sind  $G = \{z \in \hat{\mathbb{C}} \mid 0 < \operatorname{Re}(z) < \ln(2), 0 < \operatorname{Im}(z) < \pi\}$  und

$$f(z) = \frac{ie^z + 1}{1 - ie^z}$$

gegeben.

- a) Skizzieren Sie  $G$ .
- b) Bestimmen und skizzieren Sie  $f(G)$ .

**Aufgabe 3 (10 Punkte)**

Es ist  $G = \{z \in \hat{\mathbb{C}} \mid \operatorname{Re}(z) < 2, |z - 1 - i| > 1\}$  gegeben.

- a) Skizzieren Sie  $G$ .
- b) Bestimmen Sie eine Möbiustransformation  $T$ , die  $G$  so auf  $\{w \mid 0 < \operatorname{Im}(w) < \pi\}$  abbildet, dass  $T(i) = i\pi$  erfüllt ist.
- c) Bestimmen Sie eine konforme Abbildung  $f$ , die  $G$  auf die obere Halbebene abbildet.

**Hinweis:** In Teil b) benötigen Sie die folgende Eigenschaft von Möbiustransformationen, die Sie ohne Beweis verwenden können:

Bildet eine Möbiustransformation eine Gerade auf eine Gerade ab, so gehen dabei zur Gerade spiegelbildliche Punkte über in zur Bildgerade spiegelbildliche Punkte.

#### Aufgabe 4 (10 Punkte)

Es sind  $z_1 = \frac{1}{2}$ ,  $z_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ ,  $z_3 = \frac{1}{2}i$  gegeben.

$\Gamma_1$  bezeichnet die gerade Verbindung von  $z_1$  nach  $z_2$ ,

$\Gamma_2$  die gerade Verbindung von  $z_2$  nach  $z_3$ , und

$\Gamma_3$  ist der Kreis um 0 von  $z_3$  nach  $z_1$ .

Das von  $\Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3$  berandete beschränkte Gebiet ist  $G$ .

a) Geben Sie Parameterdarstellungen für  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$  an. Berechnen Sie

$$\int_{\Gamma_j} z^2 dz, \quad j = 1, 2, 3.$$

b) Es sei  $f(z) = z^2$ . Geben Sie Gleichungen für die Kurven  $f(\Gamma_j)$  an ( $j = 1, 2, 3$ ).  
Skizzieren Sie  $G$  und  $f(G)$ .

**Viel Erfolg!**

#### Nach der Klausur:

Die korrigierten Übungsklausuren können ab Montag, den **15.12.2008**, im Sekretariat (3B-02) - Allianz-Gebäude (05.20), abgeholt werden.

Fragen zur Korrektur sind ausschliesslich am Donnerstag, **18.12.2008** von 13.15 Uhr bis 14.00 Uhr im Seminarraum S 31 (Gebäude 20.30) möglich.