

Höhere Mathematik III für die Fachrichtung
Elektrotechnik und Informationstechnik

2. Übungsblatt

Aufgabe 1

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme auf geeigneten Intervallen:

a) $xy(1+x^2)y' = 1+y^2$, $y(1) = 2$,

b) $\sin 2x + y' \cos 3y = 0$, $y(\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{3}$

c) $y' = \frac{1}{4}x(x^2+1)y^{-3}$, $y(0) = \frac{-1}{\sqrt{2}}$

Aufgabe 2

a) Zeigen Sie, dass die Differentialgleichung

$$2x \sin y \, dx + x^2 \cos y \, dy = 0$$

exakt ist, und bestimmen Sie die allgemeine Lösung in impliziter Form.

b) Geben Sie in a) eine Lösung y in expliziter Form an, für die $y(1) = \frac{9}{4}\pi$ gilt.

Aufgabe 3

Berechnen Sie die Lösungen der folgenden Anfangswertprobleme:

a) $(2x + 4y + 2) \, dx + (4x + 12y + 8) \, dy = 0$, $y(0) = -1$,

b) $2x(y + e^{x^2}) \, dx + (x^2 + 3) \, dy = 0$, $y(2) = 1$.

Aufgabe 4

Berechnen Sie die allgemeine Lösung (in impliziter Form) der Differentialgleichung

$$\left(\frac{1}{x^2} + 2y^2\right) \, dx + yx \, dy = 0$$

a) durch Bestimmung eines integrierenden Faktors $\mu = \mu(x)$,

b) durch Umformen in eine Bernoullische Differentialgleichung.

Aufgabe 5

Lösen Sie jeweils die Differentialgleichung, indem Sie einen integrierenden Faktor der angegebenen Form bestimmen.

a) $(x + x^4 + 2x^2y^2 + y^4) \, dx + y \, dy = 0$, $\mu(x, y) = \rho(x^2 + y^2)$;

b) $xy + x^2y' + \tan(xy) = 0$, $\mu(x, y) = \rho(xy)$.