

Höhere Mathematik III für Physik

1. Übungsblatt (wird am Freitag, den 26.10.2018 besprochen)

Aufgabe 1 (Vergessensmodell nach H. Ebbinghaus)

Ein Student hat für eine Prüfung gelernt und sich so den gesamten Stoff des Faches eingeprägt. Allerdings wird der Student nach einiger Zeit einen Teil davon vergessen haben. Wir bezeichnen hier mit $p(t)$ den Prozentsatz des noch vorhandenen Wissens zum Zeitpunkt t . Wir nehmen zusätzlich an, dass einen gewissen Prozentsatz $b \in (0, 100)$ der Student niemals vergessen wird. Zudem machen wir den Ansatz, dass die Vergessensrate $\dot{p}(t)$ zum Zeitpunkt t proportional zum noch zu vergessenden Stoff ist.

Formulieren Sie das zugehörige Anfangswertproblem und lösen Sie es.

Aufgabe 2 (Einige Beispiele für verschiedene DGL-Typen)

Charakterisieren und Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungen/ Anfangswertprobleme.

(1) $y' = -y + \frac{1}{x}$ auf $(0, \infty)$.

(2) $y' + \left(x - \frac{1}{x}\right)y + \frac{xe^{-x^2}}{y} = 0$, $y(1) = 1$.

(3) $y' = x^3y^2 + \frac{y}{x} - x^5$.

(4) $(1+x)y' = x^2y$, $y(0) = 1$.

Aufgabe 3 (Zu exakten DGL)

Prüfen Sie zuerst, ob die Differentialgleichung exakt ist und geben Sie im Falle der Exaktheit die Lösung in expliziter (falls möglich) bzw. in impliziter Form an.

(1) $(\cos(y) + 2xy) dx + (x^2 - y - x \sin(y)) dy = 0$, $y(0) = \sqrt{2}$.

(2) $2xy + x^2 - \frac{\tan(y)}{x^2} + \left(x^2 + y^2 + \frac{1}{x \cos^2(y)}\right) y' = 0$, $y(1) = 1$.

(3) $2xy^2 \frac{dx}{dy} + 2x^2y + \sqrt{x} = 0$ für $(x, y) \in (0, \infty) \times \mathbb{R}$.

Hinweise:

- Die erste Übung ist am Freitag, den 26.10.2018. Danach sind Übung und Tutorium im Wechsel, d.h. das erste Tutorium ist am Freitag, den 02.11.2018. Eine genauere Darstellung der Übungs- und Tutoriumstermine wird sich noch auf der Homepage finden.
- In der Übung werden hauptsächlich die Aufgaben vorgerechnet und Tipps, Hinweise, etc. gegeben.
- Im Tutorium sollen die Studierenden die Aufgaben unter Hilfestellung lösen, dabei orientieren sich die Tutoriumsaufgaben stets stark an den Aufgaben aus der Übung. Es werden eventuell so nur teilweise Lösungen besprochen, allerdings wird es Lösungsvorschläge zu allen Aufgaben (Übung und Tutorium) online auf der Homepage geben.
- Die schriftliche Klausur findet am Dienstag, den 26.02.2019 von 13.00 bis 15.00 Uhr statt.