09.11.2018
PD Dr. Peer Kunstmann
M.Sc. Michael Ullmann

Karlsruhe Institute of Technology

# Höhere Mathematik III für Physik

## 2. Tutoriumsblatt
## (wird am Freitag, den 16.11.2018 besprochen)

### Aufgabe 1 (Zum Separationsansatz)

Lösen Sie erst die folgenden Differentialgleichungen allgemein mithilfe eines Separationsansatzes und anschließend das dazugehörende Anfangswertproblem.

(1) $y' = \frac{xe^{2x}}{y\cos(y)}$, $y(0) = \frac{\pi}{4}$.

(2) $y \cdot (1-x) \cdot y' = 1 - y^2$.

(3) $y' = \frac{1}{\cos^2(2x)\cos^2(y)}$, $y\left(\frac{\pi}{8}\right) = 0$.
**Hinweis**: Es gilt $\tan'(z) = \frac{1}{\cos^2(z)}$.

### Aufgabe 2 (Zum Eulerschen Multiplikator)

Zeigen Sie, dass die folgenden Differentialgleichungen nicht-exakt sind und finden Sie dann einen passenden Eulerschen Multiplikator $\eta$. Lösen Sie anschließend die Differentialgleichung bzw. das Anfangswertproblem. Beachten Sie dabei die jeweiligen Hinweise.

(1) $\left(\sin(x) - x\cos(x) - 3x^2\left(y-x\right)^2\right)\mathrm{d}x + 3x^2\left(y-x\right)^2\mathrm{d}y = 0$.
**Hinweis**: Finden Sie einen Multiplikator $\eta$, der nur von $x$ abhängt.

(2) $\left(xy^2 + y\right)\mathrm{d}x - x\mathrm{d}y = 0$.
**Hinweis**: Finden Sie einen Multiplikator $\eta$, der nur von $y$ abhängt.

(3) $\frac{2x}{1+x^2+y^2}\mathrm{d}x + \frac{8y}{1+x^2+y^2}\mathrm{d}y = 0$, $y(1) = 0$.
**Hinweis**: Finden Sie einen Multiplikator $\eta$, der nur von der Summe $x^2 + y^2$ abhängt.

### Aufgabe 3 (Zum Reduktionsverfahren von d'Alembert)

Zeigen Sie, dass die jeweilige Funktion $y_1$ stets eine Lösung der zugehörigen Differentialgleichung ist. Bestimmen Sie erst die allgemeine Lösung der Differentialgleichung und danach die spezielle zum dazugehörigen Anfangswertproblem. Machen Sie dafür den Ansatz $y_2(x) := y_1(x)v(x)$.

(1) $y'' + 2y' + y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.
**Hinweis**: Die Funktion $y_1(x) = \mathrm{e}^{-x}$, $x \in \mathbb{R}$, ist eine Lösung von (1).

(2) $xy'' + (1-x)y' + y = 0$.
**Hinweis 1.**: Die Funktion $y_1(x) = x - 1$, $x \in \mathbb{R}$, ist eine Lösung von (2).
**Hinweis 2.**: Das Integral $\int \frac{\mathrm{e}^s}{s(s-1)^2}\mathrm{d}s$ ist nicht elementar-berechenbar, d.h. einfach in der Lösung so stehen lassen.