

Höhere Mathematik III für Physik

6. Tutoriumsblatt (wird am Freitag, den 25.01.2019 besprochen)

Aufgabe 1 (Inhomogene Transportgleichung)

Lösen Sie das folgende inhomogene Anfangswertproblem

$$\begin{cases} 2\partial_t u(t, x) + 3\partial_x u(t, x) = 2 \sin(t) e^{-\cos(t)} \\ u(0, x) = e^{-\frac{x^2}{2}} \end{cases}.$$

Aufgabe 2 (Charakteristiken-Verfahren)

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme mithilfe eines Charakteristiken-Verfahren:

(1)

$$\begin{cases} (2y - 3x)\partial_x u(x, y) - y\partial_y u(x, y) = y^2(2y - 5x), \\ u(x, 1) = x + 1. \end{cases}$$

(2)

$$\begin{cases} \partial_t u(t, x) + u(t, x)\partial_x u(t, x) = 0, \\ u(0, x) = u_0(x), \end{cases}$$

wobei die Funktion $u_0: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert ist durch

$$u_0(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } x \leq -1, \\ -x & \text{für } -1 < x \leq 0, \\ 0 & \text{für } x > 0. \end{cases}$$

Aufgabe 3 (Radialsymmetrische Lösungen)

Bestimmen Sie alle radialsymmetrischen Lösungen $u \in C^1(\mathbb{R}^n \setminus \{0\})$ von der Partiellen Differentialgleichung

$$x \cdot \nabla u(x) + \frac{\|x\|}{1 + \|x\|} u(x) + \|x\| u^2(x) = 0,$$

wobei mit $\|\cdot\|: \mathbb{R}^n \rightarrow [0, \infty)$ die euklidische Norm gemeint ist, d.h.

$$\|x\| = \|x\|_2 = \sqrt{x_1^2 + \dots + x_n^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2}$$

für alle $x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$.

Hinweise:

- Die schriftliche Klausur findet am Dienstag, den 26.02.2019 von 13.00 bis 15.00 Uhr statt.
- Der Anmeldeschluss für die Klausur ist Sonntag, der 10.02.2019, man kann sich online im Campus System anmelden.

- Meldet Euch bitte rechtzeitig an, und überprüft ein paar Tage später, ob eure Anmeldung tatsächlich eingetragen ist im Campus System.
- Abmelden (ohne irgendwelche Konsequenzen) ist jederzeit möglich. Zum einen könnt ihr Euch online bis einen Tag vor der Klausur oder direkt vor der Prüfung vor Ort bei den Aufsichtspersonen abmelden.
- Sollten Fragen zu der Vorlesung, den Übungs- und/ oder Tutoriumsblättern bestehen, so wendet Euch an Michael Ullmann (michael.ullmann@kit.edu oder im Büro 2.033/2.034).