

Höhere Mathematik III für Physik

6. Übungsblatt (wird am Freitag, den 10.01.2020 besprochen)

Aufgabe 1 (Matrixexponentialfunktion)

Gegeben sei die folgende Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & -3 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}.$$

- (a) Bestimmen Sie ein reelles Fundamentalsystem bzw. eine reelle Fundamentalmatrix Φ zu der Matrix A .
- (b) Bestimmen Sie für alle $t \in \mathbb{R}$ die Matrixexponentialfunktion $\exp(tA)$.

Aufgabe 2 (Inhomogene Anfangswertprobleme mit reellen Eigenwerte)

Gegeben seien

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ \frac{1}{3} & 2 & 0 \\ -\frac{2}{3} & 0 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}, \quad b(t) = e^{-t} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3, \quad y_0 = \begin{pmatrix} \frac{3}{500} \\ \frac{3}{72} \\ -\frac{29}{36} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$$

für $t \in \mathbb{R}$.

- (a) Bestimmen Sie die allgemeine reellwertige Lösung y des inhomogenen Differentialgleichungssystem $y' = Ay + b$ mittels Variation der Konstanten.
- (b) Bestimmen Sie nun die spezielle reellwertige Lösung y vom inhomogenen Anfangswertproblem

$$\begin{cases} y' = Ay + b, \\ y(0) = y_0. \end{cases}$$

- (c) Gebe es in Teil (a) auch einen einfacheren Weg um an die partikuläre Lösung zu gelangen?

Aufgabe 3 (Inhomogene Anfangswertprobleme mit komplexen Eigenwerten)

Gegeben seien

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ -3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}, \quad b(t) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 5 + e^{2t} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3, \quad y_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$$

für $t \in \mathbb{R}$.

- (a) Bestimmen Sie die allgemeine reellwertige Lösung y des inhomogenen Differentialgleichungssystem $y' = Ay + b$ per "Raten der partikulären Lösung".
- (b) Bestimmen Sie nun die spezielle reellwertige Lösung y vom inhomogenen Anfangswertproblem

$$\begin{cases} y' = Ay + b, \\ y(0) = y_0. \end{cases}$$

Hinweise:

- Die **schriftliche Klausur** findet am **Freitag**, den **06.03.2020** von **10.30 bis 12.30 Uhr** statt. Genauere Informationen dazu werden in der Vorlesung und Übung, sowie auf der Homepage (siehe unten) veröffentlicht.
- Der **Anmeldeschluss** für diese Klausur ist **Sonntag, der 23.02.2020**. Bitte melden Sie sich zu der Klausur rechtzeitig an und überprüfen Sie ihre Anmeldung. Ein Rücktritt von der Klausur ist bis zu einem Tag vor der Klausur online oder am Tag der Klausur selber noch direkt im Hörsaal ohne Konsequenzen möglich!
- **Warnung: Eine spätere Anmeldung als bis zum 23.02.2020 ist nicht möglich!!**
- Die Internetadresse zur Internetseite der Veranstaltung lautet:

www.math.kit.edu/iana1/lehre/hm3phys2019w/