

Höhere Mathematik III für Physik

8. Übungsblatt

(wird am Donnerstag, den 20.01.2020 besprochen)

Aufgabe 1 (Separationsansatz)

Wir betrachten das folgende Rand- und Anfangswertproblem

$$\begin{aligned}\partial_t u(t, x) - \partial_{xx} u(t, x) &= 0 \text{ für } t > 0, x \in (0, 1) \\ \partial_x u(t, 0) &= 0 = \partial_x u(t, 1) \text{ für } t > 0, \\ u(0, x) &= 1 + \cos(\pi x) \text{ für } x \in [0, 1].\end{aligned}$$

Bestimmen Sie erst allgemein alle Lösungen der Form

$$u(t, x) = w(x)v(t)$$

der obigen Differentialgleichung und lösen Sie anschließend das Rand- und Anfangswertproblem.

Aufgabe 2 (Laplace in Polarkoordinaten)

Sei $f \in C^2(\mathbb{R}^2)$ eine Funktion. Berechnen Sie den Laplace in Polarkoordinaten, d.h. zeigen Sie, dass für

$$u(r, \varphi) = f(r \cos(\varphi), r \sin(\varphi))$$

der Laplace-Operator die folgende Darstellung hat:

$$\Delta f(x, y) = \partial_{rr} u(r, \varphi) + \frac{1}{r} \partial_r u(r, \varphi) + \frac{1}{r^2} \partial_{\varphi\varphi} u(r, \varphi).$$

Aufgabe 3 (Laplace Gleichung)

Bestimmen Sie die beschränkte Lösung des Randwertproblems

$$\begin{aligned}\Delta u(x, y) &= 0 \text{ auf } \Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 > 1\}, \\ u(x, y) &= x \text{ auf } \partial\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}.\end{aligned}$$

Nutzen Sie dabei Polarkoordinaten (siehe auch Aufgabe 2) und wenden Sie einen geeigneten Separationsansatz an.

Hinweise:

- Die letzte Vorlesung ist am Donnerstag, den 06.02.2020 von 08.00 Uhr bis 09.30 Uhr im Nusselt-Hörsaal.
- Die **schriftliche Klausur** findet am **Freitag**, den **06.03.2020** von **10.30 bis 12.30 Uhr** statt. Genauere Informationen dazu werden in der Vorlesung und Übung, sowie auf der Homepage (siehe unten) veröffentlicht.
- Der **Anmeldeschluss** für diese Klausur ist **Sonntag, der 23.02.2020**. Bitte melden Sie sich zu der Klausur rechtzeitig an und überprüfen Sie ihre Anmeldung. Ein Rücktritt von der Klausur ist bis zu einem Tag vor der Klausur online oder am Tag der Klausur selber noch direkt im Hörsaal ohne Konsequenzen möglich!
- **Warnung: Eine spätere Anmeldung als bis zum 23.02.2020 ist nicht möglich!!**
- Die Internetadresse zur Internetseite der Veranstaltung lautet:

www.math.kit.edu/iana1/lehre/hm3phys2019w/