

Höhere Mathematik III für Physik

2. Tutoriumsblatt

(wird im Zeitraum 04.11. bis 15.11.2019 besprochen)

Aufgabe 1 (Ricatti-Differentialgleichung)

Gegeben sei das folgende Anfangswertproblem

$$y' = y - e^x + e^{-x}y^2, \quad y(0) = -2.$$

Lösen Sie zuerst die Differentialgleichung allgemein und anschließend das dazugehörige Anfangswertproblem.

Aufgabe 2 (Exakte Differentialgleichung)

Gegeben sei das folgende Anfangswertproblem

$$(2xe^y - 1) dx + (x^2e^y + 1) dy = 0, \quad y(1) = 0.$$

Zeigen Sie, dass die obige Differentialgleichung exakt ist und lösen Sie anschließend das Anfangswertproblem implizit.

Aufgabe 3 (Nicht-exakte Differentialgleichungen)

Zeigen Sie stets, dass die angegebene Differentialgleichung nicht-exakt ist und nutzen Sie den Hinweis zum Multiplikator um auf eine äquivalente exakte Differentialgleichung zu kommen. Lösen Sie anschließend das Anfangswertproblem. Geben Sie am Ende die Lösung implizit und, sofern möglich, auch explizit an. Im Falle von einer expliziten Lösung: Was für ein maximales Lösungsintervall können Sie hierbei wählen?

(1) $\cos(x)dx + (4ye^{-y} + \sin(x)) dy = 0, \quad y(0) = \frac{\pi}{2}.$

Hinweis: Finden Sie einen Multiplikator η , der nur von der Variablen y abhängt.

(2) $\frac{2x}{1+x^2+y^2}dx + \frac{8y}{1+x^2+y^2}dy = 0, \quad y(1) = 1.$

Hinweis: Finden Sie einen Multiplikator η , der nur von der Summe $x^2 + y^2$ abhängt.