11.11.2019
Dr. Ioannis Anapolitanos
M.Sc. Michael Ullmann

Karlsruhe Institute of Technology

Höhere Mathematik III für Physik

3. Tutoriumsblatt
(wird im Zeitraum 18.11. bis 25.11.2019 besprochen)

Aufgabe 1 (Reduktionsverfahren von d'Alembert)

Gegeben sei die folgende Differentialgleichung

$$xy'' + (1-x)\,y' + y = 0.$$

Zeigen Sie, dass die Funktion

$$y_1 \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto x-1$$

die obige Differentialgleichung löst. Bestimmen Sie danach die allgemeine Lösung der obigen Differentialgleichung, machen Sie dazu den Ansatz

$$y_2(x) := y_1(x)v(x)$$

für $x \in \mathbb{R}$.
Hinweis: Das Integral $\int \frac{\mathrm{e}^s}{s(s-1)^2}\mathrm{d}s$ ist nicht elementar berechenbar.

Aufgabe 2 (Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten)

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme, bestimmen Sie dabei zuerst stets die allgemeine Lösung der Differentialgleichung.

(1) $y'' + 9y = 0,\ y(0) = 1 = y'(0)$.

(2) $y''' - y'' + y' - y = 2\mathrm{e}^x,\ y(0) = 1,\ y'(0) = \frac{1}{2},\ y''(0) = 0$.

(3) $y'' + y = \frac{\sin(x)}{\cos^2(x)} = 0,\ y(0) = 1 = y'(0)$.

Aufgabe 3 (Eulersche Differentialgleichungen)

Lösen Sie die beiden Eulerschen Differentialgleichungen auf dem Intervall $(0,\infty)$:

(1) $y'' + \frac{5}{x}y' + \frac{5}{x^2}y = 0$.

(2) $xy''' + 2y'' - \frac{1}{x}y' + \frac{1}{x^2}y = 0$.

(3) $x^2y^{(4)} + 5xy''' + y'' + \frac{2}{x}y' - \frac{2}{x^2}y = 0$.