

# Höhere Mathematik III für Physik

## 7. Tutoriumsblatt

(wird im Zeitraum 27.01. bis 31.01.2020 besprochen)

### Aufgabe 1 (Inhomogene Transportgleichung)

Lösen Sie das folgende inhomogene Anfangswertproblem

$$\begin{cases} 2\partial_t u(t, x) + 3\partial_x u(t, x) = 2 \sin(t) e^{-\cos(t)} \\ u(0, x) = e^{-\frac{x^2}{2}} \end{cases}.$$

### Aufgabe 2 (Charakteristiken-Verfahren)

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme mithilfe eines Charakteristiken-Verfahrens:

(1)

$$\begin{cases} (2y - 3x)\partial_x u(x, y) - y\partial_y u(x, y) = y^2(2y - 5x), \\ u(x, 1) = x + 1. \end{cases}$$

(2)

$$\begin{cases} \partial_t u(t, x) + u(t, x)\partial_x u(t, x) = 0, \\ u(0, x) = u_0(x), \end{cases}$$

wobei die Funktion  $u_0: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definiert ist durch

$$u_0(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } x \leq -1, \\ -x & \text{für } -1 < x \leq 0, \\ 0 & \text{für } x > 0. \end{cases}$$

### Aufgabe 3 (Radialsymmetrische Lösungen)

Bestimmen Sie alle radialsymmetrischen Lösungen  $u \in C^1(\mathbb{R}^n \setminus \{0\})$  von der partiellen Differentialgleichung

$$x \cdot \nabla u(x) + \frac{\|x\|}{1 + \|x\|} u(x) + \|x\| u^2(x) = 0,$$

wobei mit  $\|\cdot\|: \mathbb{R}^n \rightarrow [0, \infty)$  die euklidische Norm gemeint ist, d.h.

$$\|x\| := \|x\|_2 := \sqrt{x_1^2 + \dots + x_n^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n |x_i|^2}$$

für alle  $x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$ .

**Hinweis:** Eine radialsymmetrische Funktion  $u$  auf  $\mathbb{R}^n \setminus \{0\}$  ist eine Funktion  $u: \mathbb{R}^n \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$  so, dass eine weitere Funktion  $g: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  existiert mit

$$u = g \circ r \text{ auf } \mathbb{R}^n \setminus \{0\},$$

wobei  $r$  die Normfunktion ist, d.h.

$$r: \mathbb{R}^n \rightarrow [0, \infty), x \mapsto \|x\|.$$

## Hinweise:

- Die letzte Übung findet am Donnerstag, den 30.01.2020 von 08.00 Uhr bis 09.30 Uhr im Nusselt-Hörsaal statt. Die letzte Vorlesung ist am Freitag, den 31.01.2020 von 14.00 Uhr bis 15.30 Uhr im Daimler-Hörsaal.
- Die **schriftliche Klausur** findet am **Freitag**, den **06.03.2020** von **10.30 bis 12.30 Uhr** statt. Genauere Informationen dazu werden in der Vorlesung und Übung, sowie auf der Homepage (siehe unten) veröffentlicht.
- Der **Anmeldeschluss** für diese Klausur ist **Sonntag, der 23.02.2020**. Bitte melden Sie sich zu der Klausur rechtzeitig an und überprüfen Sie ihre Anmeldung. Ein Rücktritt von der Klausur ist bis zu einem Tag vor der Klausur online oder am Tag der Klausur selber noch direkt im Hörsaal ohne Konsequenzen möglich!
- **Warnung: Eine spätere Anmeldung als bis zum 23.02.2020 ist nicht möglich!!**
- Die Internetadresse zur Internetseite der Veranstaltung lautet:

[www.math.kit.edu/iana1/lehre/hm3phys2019w/](http://www.math.kit.edu/iana1/lehre/hm3phys2019w/)