

1. Übungsblatt

Höhere Mathematik I für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe 1 Für beliebige Aussagen A , B und C zeige man:

- a) $A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$ und $A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
- b) $A \leftrightarrow B = (A \wedge B) \vee ((\neg A) \wedge (\neg B))$

Machen Sie sich bei **a)** klar, was Sie gezeigt haben, indem Sie für A , B und C konkrete Aussagen einsetzen.

Sie können alle Rechenregeln benutzen, die bereits in der Vorlesung oder der Übung gezeigt worden sind.

Aufgabe 2 Negieren Sie die folgenden Aussagen:

- a) Wenn Petra Kaiserin von China ist, dann stürzt morgen der Mathebau ein.
- b) Alle Bankangestellten besitzen einen Aktenkoffer.
- c) Es gibt einen Professor, dem alle Studenten unsympathisch sind.

Aufgabe 3 Sie haben Ihre drei Bekannten Anton, Berta und Chris zu sich eingeladen und wissen folgendes:

- Wenn Chris nicht kommt, kommt auch Berta nicht.
- Berta oder Chris kommt, nicht aber beide.
- Anton und Chris kommen, wenn überhaupt, dann nur zusammen.

Es seien A , B bzw. C die Aussagen, daß Anton, Berta bzw. Chris kommt.

- a) Drücken Sie die drei bekannten Tatsachen mittels dieser Aussagen und der logischen Symbole aus.
- b) Entscheiden Sie mit Hilfe einer Wahrheitstafel, wer kommt.

Aufgabe 4 Wir betrachten logische Gatter, eine bestimmte Art elektronischer Bauteile. Diese realisieren die logischen Verknüpfungen, die Sie aus der Vorlesung kennen: So ist ein \neg -Gatter ein Bauteil mit einem Ausgang und einem Eingang, und am Ausgang liegt genau dann Spannung an, wenn am Eingang keine anliegt. Ein \vee -Gatter hat zwei Eingänge und einen Ausgang; am Ausgang liegt genau dann Spannung an, wenn an mindestens einem Eingang Spannung anliegt.

- a) Überlegen Sie sich, was unter \wedge -Gattern und \rightarrow -Gattern zu verstehen ist. Was ist das Besondere an \rightarrow -Gattern?
- b) Wie kann man ein \rightarrow -Gatter aus \neg -Gattern und \vee -Gattern bauen?

- c) Und wie baut man ein \vee -Gatter aus \neg -Gattern und \wedge -Gattern?
- d) Wie lässt sich ein \wedge -Gatter aus \neg -Gattern und \rightarrow -Gattern konstruieren?
- e) Und wie baut man ein \vee -Gatter, das nur aus \rightarrow -Gattern besteht?

Aufgabe 5 Für jedes $j \in \mathbb{N}$ sei die Menge

$$S_j := \{ x \mid x \text{ studiert in Karlsruhe und ist im } j\text{-ten Hochschulsesemester} \}$$

gegeben. Weiter seien E , P bzw. G die Mengen der Elektroingenieurwesen-, Physik- bzw. Geodäsie-Studierenden in Karlsruhe. Drücken Sie folgende Mengen mittels S_j , E , P und G aus:

- a) Die Menge aller derer, die in Karlsruhe im ersten Hochschulsesemester sind und Physik studieren.
- b) Die Menge aller Karlsruher Studierenden, die im ersten oder dritten Hochschulsesemester sind, aber nicht Elektroingenieurwesen studieren.
- c) Die Menge aller Studierenden in Karlsruhe.

Wenn wir mit S die Menge aller Studierenden in Karlsruhe bezeichnen, was bedeutet dann $C_S(G \cup P)$?

Aufgabe 6 Es seien X , Y und Z Mengen sowie $f : X \rightarrow Y$ und $g : Y \rightarrow Z$ Funktionen. Weiter sei $h := g \circ f$ die Komposition von f und g .

- a) Zeigen Sie durch direkte Beweise:
 - (i) Sind f und g bijektiv, so ist auch h bijektiv.
 - (ii) Ist h surjektiv und g injektiv, so ist f surjektiv.
- b) Zeigen Sie durch indirekte Beweise:
 - (i) Ist h surjektiv, so ist auch g surjektiv.
 - (ii) Ist h injektiv, so ist auch f injektiv.
- c) Zeigen Sie durch Widerspruchsbeweise:
 - (i) Ist g injektiv und h nicht injektiv, so ist f nicht injektiv.
 - (ii) Ist h injektiv und f surjektiv, so ist g injektiv.
- d) Widerlegen Sie die folgenden falschen Aussagen durch je ein Gegenbeispiel.
 - (i) Ist h injektiv, so ist auch g injektiv.
 - (ii) Ist h surjektiv, so ist auch f surjektiv.

Tipp: Machen Sie sich vor einem Beweis jeweils anhand eines einfachen Beispiels klar, was die Behauptung besagt.

Hinweis In der großen Übung werden aller Voraussicht nach die folgenden Aufgaben besprochen: **3**, **5** und **6**. Der Rest wird in den Tutorien behandelt.