

2. Übungsblatt

Höhere Mathematik I für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe (T) 1 Es sei X eine beliebige Menge; A und B seien zwei Teilmengen von X mit charakteristischen Funktionen $\chi_A : X \rightarrow \{0, 1\}$ und $\chi_B : X \rightarrow \{0, 1\}$.

- Zeigen Sie, dass $\chi_{A \cap B} = \chi_A \cdot \chi_B$ gilt.
- Wie lassen sich die charakteristischen Funktionen der Mengen $C_X(A)$, $A \setminus B$ und $A \cup B$ durch χ_A und χ_B ausdrücken?

Aufgabe (Ü) 2 Gegeben sind die Abbildungen $f_i : D_i \mapsto \mathbb{R}$ für $i \in \{1, 2\}$ durch

$$f_1(x) = \frac{1}{x-2}, \quad f_2(x) = x^2 + x + 2$$

- Bestimmen Sie für $i \in \{1, 2\}$ die größte Menge $D_i \subseteq \mathbb{R}$, auf der f_i definiert ist, sowie den Bildbereich $f_i(D_i)$.
- Untersuchen sie die Abbildungen auf Injektivität.
- Im Falle der Injektivität bestimme man die Umkehrabbildung.

Aufgabe (T) 3 Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, für die $2x + \frac{1}{1-x} \geq 1$ gilt.

Aufgabe (Ü) 4 Die Mengen A und B seien beschränkte, nichtleere Teilmengen von \mathbb{R} . Zeigen Sie: Dann ist auch $A + B := \{x \mid x = a + b \text{ für ein } a \in A \text{ und ein } b \in B\}$ eine beschränkte Menge und es gilt

$$\sup(A + B) = \sup A + \sup B \quad \text{sowie} \quad \inf(A + B) = \inf A + \inf B.$$

Aufgabe (T) 5 Entscheiden Sie jeweils, ob die Mengen Supremum, Infimum, Maximum bzw. Minimum besitzen. Bestimmen Sie gegebenenfalls diese Werte.

a) $A = \left\{ x + \frac{1}{x} \mid 0 < x \leq 42 \right\}$ b) $B = \left\{ \frac{x^2}{1+x^2} \mid x \in \mathbb{R} \right\}$

Aufgabe (Ü) 6 Es sei A eine nichtleere Menge positiver reeller Zahlen. Betrachten Sie die Menge $B := \{x \mid x = a^{-1} \text{ für ein } a \in A\}$ und zeigen Sie: Ist $\inf A > 0$, so ist B nach oben beschränkt und es gilt $\sup B = (\inf A)^{-1}$.

Aufgabe (T) 7 Für jedes $j \in \mathbb{N}$ sei das Intervall $M_j := [-\frac{1}{j}, \frac{1}{j}] \subset \mathbb{R}$ gegeben. Zeigen Sie:

$$\bigcap_{j=1}^{\infty} M_j = \{0\}$$

Wichtige Termine im Wintersemester 2006/2007

- Übungsklausuren
 - 1. Übungsklausur zu HM I Samstag, 08.12.2007 08.00-10.00 Uhr
 - 2. Übungsklausur zu HM I Samstag, 02.02.2008 08.00-10.00 Uhr
- Vordiplomsklausuren
 - Klausur zu HM I : Montag, 03.03.2007 08.00-10.00 Uhr
 - Klausur zu HM II : Montag, 03.03.2007 11.00-13.00 Uhr
 - Klausur zu HM III: Dienstag, 04.03.2007 08.00-10.00 Uhr

Anmeldung zu den Vordiplomsklausuren ist **ab Anfang Dezember im Sekretariat Zi. 312** möglich.

Hinweis In der großen Übung werden aller Voraussicht nach die mit (Ü) gekennzeichneten Aufgaben besprochen, in den Tutorien die mit (T) gekennzeichneten Aufgaben.