Dr. A. Müller-Rettkowski
Dr. M. Muzzulini

SS 2008

3. Übungsblatt

Höhere Mathematik II für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe 1 (Ü)

a) Finden sie die Werte von $a, b, c, d, e, f, g, h \in \mathbb{R}$, so dass gilt

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} e & f & g & h \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}.$$

b) Finden sie die Werte von $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, so dass gilt

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ 1 & 4 & 9 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 6 & 6 \\ 1 & 9 & 8 & 4 \end{pmatrix}.$$

c) Sei $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie alle Matrizen L und R, für die gilt $LA = 0$ bzw. $AR = 0$.

Aufgabe 2 (T)
Bestimmen Sie eine Matrix $X \in \mathbb{C}^{(3,3)}$, die der folgenden Gleichung genügt:

$$\begin{pmatrix} 0 & 3-i & 1 \\ 0 & 0 & -2i \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} X = X + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3 (T)
Betrachten Sie das Gleichungssystem $A\vec{x} = \vec{y}$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & \alpha \\ 1 & \alpha - 1 & \beta + 2 \end{pmatrix}, \qquad \vec{y} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

und entscheiden Sie, in Abhängigkeit von den Parametern α und β, ob das Gleichungssystem lösbar ist. Berechnen Sie gegebenenfalls alle Lösungen.

Aufgabe 4 (Ü)
Eine Matrix $A \in \mathbb{C}^{(m,n)}$ soll durch Zeilenoperationen umgeformt werden. Bestimmen Sie für jede mögliche Zeilenoperation eine Matrix B, so dass BA die Matrix ist, die sich nach Ausführen der Zeilenoperation ergibt.

Aufgabe 5 (T)
Bestimmen Sie (gegebenenfalls in Abhängigkeit von den vorkommenden Parametern) die Zeilennormalform und den Rang der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 & 4 \\ 4 & -6 & 4 & -5 \\ -2 & 0 & 1 & 7 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 3 & -2 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 4 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 4 & 4 \\ 1 & 0 & -1 & \alpha & \beta \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 6 (Ü)

a) Sei $\vec{a} \in \mathbb{R}^3$ mit $||\vec{a}|| = 1$ (also $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 1$). Berechnen Sie eine zugehörige Matrix $[P_{\vec{a}}]$ zu der linearen Abbildung

$$P_{\vec{a}} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \qquad P_{\vec{a}}(\vec{x}) = (\vec{x} \cdot \vec{a})\vec{a}$$

aus Beispiel 1.1 der Vorlesung (Abschnitt 20.9. der Vorlesungszusammenfassungen).

b) Sei $\vec{x} \in \mathbb{R}^3$. Berechnen Sie eine zugehörige Matrix $[K_{\vec{x}}]$ zu der linearen Abbildung

$$K_{\vec{x}} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \qquad K_{\vec{x}}(\vec{z}) = \vec{z} \times \vec{x}$$

aus Beispiel 1.2 der Vorlesung.

c) Sei $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ linear mit

$$T(e_3) = 2e_1 + 3e_2 + 5e_3, \qquad T(e_2 + e_3) = e_1, \qquad T(e_1 + e_2 + e_3) = e_2 - e_3.$$

Berechnen Sie eine zugehörige Matrix $[T]$

Hinweise In der großen Übung werden aller Voraussicht nach die mit (Ü) gekennzeichneten Aufgaben besprochen, in den Tutorien die mit (T) gekennzeichneten Aufgaben.

Termine für die Übungsklausuren Herbst 2008 :
erste Übungsklausur HM II: Samstag, 24.5.2008, 09.00-11.00 Uhr
zweite Übungsklausur HM II: Samstag, 05.7.2008, 09.00-11.00 Uhr

Für die **Physiker** werden in der Woche vom 12.5. bis 16.5. Listen aushängen in denen Sie sich eintragen können, um sich für die erste Übungsklausur anzumelden.

Alle **E-Techniker** und **Geodäten** schreiben die erste Übungsklausur im **Gerthsen Hörsaal**. Eine Anmeldung hierfür ist **nicht** nötig.