Dr. A. Müller-Rettkowski
Dr. M. Muzzulini SS 2008

11. Übungsblatt

Höhere Mathematik II für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe 1 (T)
Es gelte $a > b > 0$. Die Menge $T \subset \mathbb{R}^3$ ist gegeben durch

$$T := \{\, \vec{r}(u,v) \mid u,v \in [0,2\pi)\,\}\,, \quad \vec{r}(u,v) := \begin{pmatrix} (a+b\cos u)\cos v \\ (a+b\cos u)\sin v \\ b\sin u \end{pmatrix}.$$

Machen Sie sich eine Vorstellung davon, wie T aussieht. Bestimmen Sie dann die Punkte von T, in denen die Tangentialebene senkrecht zur xy-Ebene steht, und die Punkte, in denen sie senkrecht zur xz-Ebene steht.

Aufgabe 2 (T)
Die Funktion $h : D(h) \to \mathbb{R}$ (mit $D(h) \subseteq \mathbb{R}^2$) ist gegeben durch $h(x,y) := f(u(x,y), v(x,y))$, wobei

$$u(x,y) := e^{-x-y}\,, \qquad v(x,y) := e^{xy}\,, \qquad f(u,v) := \frac{u^2+v^2}{u^2-v^2}\,.$$

a) Geben Sie den maximalen Definitionsbereich $D(h)$ von h an.

b) Berechnen Sie die Ableitung von h unter Verwendung der Kettenregel.

c) Berechnen Sie die Ableitung von h, indem Sie h explizit angeben und ableiten.

Aufgabe 3 (T)
Bestimmen Sie das Taylorpolynom zweiten Grades um den angegebenen Entwicklungspunkt $P = (1,-1,0)$.

$$f(x,y,z) = xe^z - y^2\,, \quad P$$

Aufgabe 4 (Ü)
Bestimmen Sie das Taylorpolynom zweiten Grades um den angegebenen Entwicklungspunkt $P = (1,1)$.

$$f(x,y) = \arctan(xy)\,, \quad P = (1,1)$$

Aufgabe 5 (T)
Sei $B := \{\,(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \le 36\,\}$. Und $f : B \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x,y) := x^2 + xy + y^2 - 6x + 2.$$

Bestimmen Sie alle Extrema von f und geben Sie die Art der Extrema an.

Aufgabe 6 (Ü)
Sei $B = [-2,2] \times [-\frac{11}{2}, 2]$. Und $f : B \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x,y) = x^3 - x + 2xy + y^2.$$

Bestimmen Sie alle Extrema von f und geben Sie die Art der Extrema an.

Aufgabe 7 (Ü)
Betrachten Sie die Funktion $\vec{g} : \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0\} \to \mathbb{R}^2$, die gegeben ist durch

$$\vec{g}(x,y) = \begin{pmatrix} \cosh x \cos y \\ \sinh x \sin y \end{pmatrix}.$$

a) Zeigen Sie: Es gibt eine Umgebung U von $(\ln 2, \frac{\pi}{2})$ und eine Umgebung V von $(0, \frac{3}{4})$, so dass U durch die Funktion $\vec{g}$ bijektiv auf V abgebildet wird. Berechnen Sie die Ableitung der Umkehrfunktion in $(0, \frac{3}{4})$.

b) Beweisen Sie, dass die Funktion $\vec{g}$ in jedem Punkt $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ mit $x > 0$ lokal invertierbar ist, dass aber $\vec{g}$ nicht injektiv ist.

Aufgabe 8 (Ü)
Betrachten Sie die beiden Gleichungen

$$x^2 + y^2 - u^2 + v^2 = 0 \qquad \text{und} \qquad x^2 + 2y^2 - 3u^2 + 4v^2 = 1\,.$$

a) Zeigen Sie: Durch diese Gleichungen werden in einer Umgebung des Punktes $(0,0)$ zwei Funktionen $u(x,y)$ und $v(x,y)$ mit $u(0,0) = v(0,0) = 1$ implizit definiert.

b) Berechnen Sie unter der Annahme, dass u und v in $(0,0)$ differenzierbar sind, die partiellen Ableitungen nach x im Punkt $(0,0)$, indem Sie die Gleichungen aus Teil **a)** nach x ableiten.

Termin für die zweite Übungsklausur HM II Sommer 2008 :
Samstag, 05.7.2008, 09.00-11.00 Uhr

Für die **Physiker** werden bis Dienstag, 1.7., Listen aushängen in denen Sie sich eintragen können, um sich für die erste Übungsklausur anzumelden.

Alle **E-Techniker** und **Geodäten** schreiben die zweite Übungsklausur im **HMO**. Eine Anmeldung hierfür ist **nicht** nötig.