

12. Übungsblatt

Höhere Mathematik II für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe 1 (Ü)

Die Funktion $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ ist gegeben durch

$$f(x, y, z) := (z^2 - 1)\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

Bestimmen Sie Minimum und Maximum von f auf der Menge

$$B = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \}.$$

Hinweis: Wenn Sie f auf dem Rand von B untersuchen, dann können Sie dies vereinfachen, indem Sie f dort anders darstellen.

Aufgabe 2 (Ü)

Die Funktion $f : (0, \infty)^3 \rightarrow \mathbb{R}$ ist gegeben durch $f(x, y, z) := x + y + z$. Bestimmen Sie das Minimum von f unter der Nebenbedingung

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 1 \quad (a, b, c > 0).$$

Zeigen Sie insbesondere, dass ein solches Minimum existiert.

Aufgabe 3 (T)

Bestimmen Sie die globalen Extrema von

$$f(x, y, z) := 5x + y - 3z$$

auf der Menge $B = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z = 0, x^2 + y^2 + z^2 = 1 \}$.

Aufgabe 4 (Ü)

Skizzieren Sie die folgenden Gebiete $G \subset \mathbb{R}^2$, und berechnen Sie jeweils den Flächeninhalt.

- $G = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{1}{4}x^2 - 1 < y < 2 - x \}$
- $G = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y > 0, y^2 < x < 4 - y^2 \}$
- $G = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x, y > 0, xy < 1, (2 - x)(2 - y) > 0 \}$

Aufgabe 5 (T)

Berechnen Sie die folgenden Integrale.

a) $\iint_G (y + x^2) d(x, y)$, G ist das Dreieck mit den Ecken $(0, 0)$, $(1, 5)$, $(5, 1)$

b) $\iint_G \cosh \frac{x}{y+1} d(x, y)$, $G = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > 0, y - x > -1, y^2 - x - 1 < 0 \}$

Aufgabe 6 (Ü)

Skizzieren Sie die Integrationsgebiete der folgenden Integrale, vertauschen Sie jeweils die Integrationsreihenfolge, und berechnen Sie den Wert der Integrale.

a) $\int_0^1 \int_y^{y^2+1} x^2 y dx dy$

b) $\int_0^2 \int_{\max\{0, 4x-4\}}^{x^2} 2xy dy dx$

Aufgabe 7 (T)

Die Kurve γ sei durch die Parametrisierung $\vec{r}(t) = (t \cos t, t \sin t, t)$ mit $0 \leq t \leq 2\pi$ gegeben. Berechnen Sie

$$\int_{\gamma} f ds \quad \text{für} \quad f(x, y, z) := 2z - \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Aufgabe 8 (T)

Berechnen Sie jeweils das Linienintegral $\int_{\gamma} \vec{v} \cdot d\vec{s}$ für die durch die Parametrisierung \vec{r} gegebene Kurve γ .

a) $\vec{v}(x, y) = (e^x, xy)$, $\vec{r}(t) = (\cos t, \sin t)$, $0 \leq t \leq 2\pi$

b) $\vec{v}(x, y, z) = (y, -z, x)$, $\vec{r}(t) = (\sinh t, \cosh t, \sinh t)$, $0 \leq t \leq \ln 2$

c) $\vec{v}(x, y) = (\sin x, x^2 + y^2)$, $\vec{r}(t) = \begin{cases} (t, 0), & 0 \leq t \leq 1 \\ (1, t-1), & 1 < t \leq 2 \end{cases}$

Hinweis In der großen Übung werden aller Voraussicht nach die mit (Ü) gekennzeichneten Aufgaben besprochen, in den Tutorien die mit (T) gekennzeichneten Aufgaben.

Termine für die Vordiplomklausuren Herbst 2008 :

Vordiplomklausur zu HM I : Montag, 22.09.2008, 08.00-10.00 Uhr

Vordiplomklausur zu HM II : Montag, 22.09.2008, 11.00-13.00 Uhr

Vordiplomklausur zu HM III : Dienstag, 23.09.2008, 08.00-10.00 Uhr