

## Höhere Mathematik III

für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

6.Übungsblatt - WS 2006/2007

### Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass die Menge aller Möbiustransformationen bezüglich der Verkettung eine Gruppe bildet.

### Aufgabe 2

Bestimmen Sie eine Möbiustransformation mit

$$T(-1) = 0, \quad T(1+i) = 1, \quad T(i) = \infty.$$

### Aufgabe 3

Für  $z \in \widehat{\mathbb{C}}$  ist die Abbildung  $T : \widehat{\mathbb{C}} \rightarrow \widehat{\mathbb{C}}$  gegeben durch

$$w = T(z) = -i \frac{z-1}{z+1}.$$

- Geben Sie die Umkehrabbildung  $T^{-1}$  von  $T$  an.
- Bestimmen Sie alle  $z \in \widehat{\mathbb{C}}$ , für die  $T(z)$  aus  $i\mathbb{R} = \{i\beta : \beta \in \mathbb{R}\}$ , d.h. rein imaginär ist.
- Für welche  $z \in \widehat{\mathbb{C}}$  gilt  $\tan(z) \in i\mathbb{R}$ ?

### Aufgabe 4

Gegeben seien zwei Kreise ohne gemeinsamen Punkt. Überlegen Sie sich, dass diese Konstellation mittels einer Möbiustransformation

- auf einen Kreis und eine den Kreis nicht schneidende Gerade abgebildet werden kann;
- auf zwei konzentrische Kreise abgebildet werden kann.

## Aufgabe 5

Zu zwei verschiedenen Kreisen  $K_1$  und  $K_2$  gibt es unendlich viele Kreise, die sowohl  $K_1$  als auch  $K_2$  unter rechtem Winkel schneiden.

Beweisen Sie diese Aussage, indem Sie folgende zwei Fälle untersuchen:

- a)  $K_1$  und  $K_2$  berühren oder schneiden sich.

*Hinweis: Mittels einer Möbiustransformation lassen sich die beiden Kreise auf Geraden abbilden.*

- b)  $K_1$  und  $K_2$  schneiden sich nicht.

*Hinweis: Aufgabe 4.*

## HINWEISE ZUR 1.ÜBUNGSKLAUSUR

**Übungsklausur:** Die erste Übungsklausur zur Vorlesung „Höhere Mathematik III für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie“ findet am Samstag, dem 9.12.2006, von 11.00 bis 13.00 Uhr statt.

Bitte beachten Sie folgende Hörsaaleinteilung:

Fachrichtung Elektroingenieurwesen	Gerthsen
Fachrichtung Geodäsie	Gerthsen
Fachrichtung Physik (Nachnamen mit Anfangsbuchstaben A bis K)	HMU
Fachrichtung Physik (Nachnamen mit Anfangsbuchstaben L bis Z)	HMO

Eine vorherige Anmeldung ist für diese Übungsklausur nicht erforderlich!

### Nach der Klausur:

Die korrigierten Übungsklausuren können ab Dienstag, dem 19. Dezember 2006, im Sekretariat (Zimmer 312, Kollegiengebäude Mathematik) abgeholt werden.

Fragen zur Korrektur werden ausschließlich am 20. Dezember 2006 von 13.15 Uhr bis 13.45 Uhr im Seminarraum S 31 beantwortet.