UNIVERSITÄT KARLSRUHE 22.12.2006
Institut für Analysis

Prof. Dr. Roland Lemmert
Dipl.-Math. Marc Mitschele

Höhere Mathematik III

für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

9.Übungsblatt - WS 2006/2007

Aufgabe 1

Entwickeln Sie folgende Funktionen in eine Potenzreihe um z_0, und bestimmen Sie alle Ableitungen von f in z_0 :

a) $f(z) = \cosh z, \quad z_0 = i\pi,$

b) $f(z) = \dfrac{z^2}{(z+i)^2}, \quad z_0 = i,$

c) $f(z) = \displaystyle\int_0^z \frac{\cos\zeta - 1}{\zeta^2}\, d\zeta, \quad z_0 = 0.$

Aufgabe 2

Welche Funktion stellt die Potenzreihe $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ mit

$$a_0 = a_1 = 1, \quad a_{n+2} = a_{n+1} + a_n, \quad n = 0, 1, 2, \ldots$$

auf ihrem Konvergenzbereich dar?

Aufgabe 3

Berechnen Sie die Laurentreihe der durch $f(z) = \dfrac{1}{1-z^2} + \dfrac{1}{3-z}$ gegebenen Funktion

a) im Kreisring $1 < |z| < 3$;

b) im Kreisring $1 < |z-2| < 3$;

c) um $z_0 = 1$, die in $1 + 3i$ konvergiert.

– bitte wenden –

Aufgabe 4

Bestimmen Sie für folgende Funktionen jeweils die Lage und Art sämtlicher Singularitäten (bei Polen gebe man die Ordnung an) sowie die Residuen in diesen Punkten:

a) $f(z) = \dfrac{z}{z^2 - z - 12}$

b) $f(z) = \dfrac{1}{(z^2+4)^3}$

c) $f(z) = \dfrac{\sin z - z}{z^2}$

d) $f(z) = \dfrac{1}{(z-1)^2} e^{1/z}$

e) $f(z) = z \sin \dfrac{1}{z}$

f) $f(z) = e^{\frac{z}{1-z}}$.

Wir wünschen Ihnen frohe Weihnachten und einen guten Rutsch ins neue Jahr.