

## Höhere Mathematik III

für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

11.Übungsblatt - WS 2006/2007

### Aufgabe 1

Bestimmen Sie die Lösungen folgender Anfangswertprobleme.

- a)  $xy(1+x^2)y' = 1+y^2, \quad y(1) = 2,$
- b)  $y' = xe^{x^2-2y}, \quad y(0) = 0,$
- c)  $y' + y \cos(x) = \sin(x) \cos(x), \quad y(0) = 1,$
- d)  $y' + xy + \frac{1}{2}(xy)^3 = 0, \quad y(0) = \sqrt{2}$  („Bernoullische Dgl.“).

### Aufgabe 2

Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungen mittels geeigneter Substitutionen.

- a)  $y' = (y+4x)^2,$
- b)  $y' = (x+y)^2 - (x+y) - 1,$
- c)  $y' = \frac{\frac{y}{x} - 2}{\frac{y}{x} - 1}.$

### Aufgabe 3

Überprüfen Sie, ob die Differentialgleichung  $y = x(y' + \sin(y')) + \cos(2y')$  auch Geraden als Lösungen besitzt, und geben Sie deren Gleichung an.

### Aufgabe 4

Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

- a) Ist  $\varphi$  eine auf  $(0, \infty)$  erklärte Lösung der Differentialgleichung  $y' = 1 + \frac{y}{x}$ , so ist  $\psi(x) = -\varphi(-x)$  eine Lösung auf  $(-\infty, 0)$ .
- b) Ist  $\varphi$  eine Lösung des Anfangswertproblems

$$y' = x^2 + y^2 \quad y(0) = 0,$$

so ist  $\varphi$  eine ungerade Funktion. (Hinweis: Das Problem besitzt höchstens eine Lösung.)

– bitte wenden –

- c) Keine Lösung der Differentialgleichung  $y'' - 2 \cos(y') = 1$  kann im Inneren ihres Definitionsintervalles ein lokales Maximum besitzen.

### Aufgabe 5

Gegeben sei das Anfangswertproblem

$$y' = 2xy + 1 - x^2, \quad y(0) = 0,$$

sowie die Iterationsfolge nach Picard:

$$y_0(x) = \frac{1}{2}x, \quad y_{n+1}(x) = \int_0^x (2ty_n(t) + 1 - t^2) dt \quad (n \geq 0).$$

- a) Bestimmen Sie  $y_1(x)$ ,  $y_2(x)$ ,  $y_3(x)$  sowie  $y_4(x)$  explizit.  
 b) Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion

$$y_n(x) = x + \sum_{k=2}^n \frac{2^{k-2}}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2k-1)} x^{2k-1} \quad (n \geq 2).$$

- c) Zeigen Sie, dass  $y(x) := \lim_{n \rightarrow \infty} y_n(x)$  für alle  $x \in \mathbb{R}$  existiert und die Lösung des Anfangswertproblems ist.

## HINWEISE ZUR 2.ÜBUNGSKLAUSUR

**Übungsklausur:** Die zweite Übungsklausur zur Vorlesung „Höhere Mathematik III für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie“ findet am Samstag, dem 3.2.2007, von 11.00 bis 13.00 Uhr statt.

Bitte beachten Sie folgende Hörsaaleinteilung:

Fachrichtung Elektroingenieurwesen	AudiMax
Fachrichtung Geodäsie	AudiMax
Fachrichtung Physik (Nachnamen mit Anfangsbuchstaben A bis K)	HMU
Fachrichtung Physik (Nachnamen mit Anfangsbuchstaben L bis Z)	HMO

Eine vorherige Anmeldung ist für diese Übungsklausur nicht erforderlich!

Bitte bringen Sie zur Klausur Ihren Studenausweis sowie Schreibgerät mit; Papier wird gestellt.

### Nach der Klausur:

Die korrigierten Übungsklausuren können ab Dienstag, dem 13. Februar 2007, im Sekretariat (Zimmer 312, Kollegengebäude Mathematik) abgeholt werden.

Fragen zur Korrektur werden ausschließlich am 14. Februar 2007 von 13.15 Uhr bis 13.45 Uhr im Seminarraum S 31 beantwortet.