

Höhere Mathematik III

für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

14. und letztes Übungsblatt - WS 2006/2007

Aufgabe 1

Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem mittels eines Potenzreihenansatzes:

$$2y'' - xy' + 2y = 4 - x \cos x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

Aufgabe 2

Gegeben sei das Anfangswertproblem

$$y'' = 2y'(y - 1), \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

- a) Führen Sie neue Funktionen $u = y$, $v = y'$ ein, und leiten Sie für diese das Problem

$$\begin{pmatrix} u' \\ v' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ 2v(u - 1) \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} u(0) \\ v(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\star)$$

her.

- b) Wenden Sie auf (\star) das Picardsche Iterationsverfahren

$$\begin{pmatrix} u_0(x) \\ v_0(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} u_{n+1}(x) \\ v_{n+1}(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \int_0^x \begin{pmatrix} v_n(t) \\ 2v_n(t)(u_n(t) - 1) \end{pmatrix} dt$$

für $n = 0, 1$ und 2 an, um die ersten drei Iterierten zu bestimmen (Integration einer vektoriellen Funktion komponentenweise).

- c) Lösen Sie das anfangs gestellte Problem, und entwickeln Sie die Lösung y sowie deren Ableitung y' in eine Potenzreihe um 0 . Vergleichen Sie mit den Ergebnissen aus b).

Aufgabe 3

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y'' - \frac{2}{x(1-x)^2}y = 0 \quad (x \in (0, 1)).$$

Hinweis: $y_1(x) = \frac{x}{1-x}$ ist eine Lösung.

– bitte wenden –

Aufgabe 4

Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Differentialgleichungen:

a) $y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{1 + e^{-2x}},$

b) $y'' + y = \tan^2 x$ für $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right).$

HINWEISE ZU DEN VORDIPLOMKLAUSUREN

- Die Vordiplomklausuren zur Höheren Mathematik finden an den folgenden Terminen statt:

HM I: Donnerstag, 15. März 2007, 8.00-10.00 Uhr

HM II: Donnerstag, 15. März 2007, 11.00-13.00 Uhr

HM III: Freitag, 16. März 2007, 8.00-10.00 Uhr

- Die Anmeldung erfolgt durch Abgabe des Prüfungszettels im Sekretariat (Zimmer 312, Kollegiengebäude Mathematik).
- Anmeldeschluss ist Freitag, der 16. Februar 2007, 11.30 Uhr.
- Die Hörsaalverteilung wird ab Montag, dem 5. März 2007, durch Aushang vor dem Sekretariat sowie im Internet bekannt gegeben.
- Weitere Informationen sind dem Aushang „Diplom-Vorprüfungen - Frühjahr 2007“ vor dem Sekretariat zu entnehmen oder können im Internet unter <http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/miischneider/lehre/hmiii06072006w/media/vd-f-07.pdf> abgerufen werden.