

Diplom–Vorprüfung
Höhere Mathematik III für die Fachrichtungen
Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Es seien $z_1 = \sqrt{2}$, $z_2 = -\sqrt{2}$, $z_3 = i\sqrt{2}$, $z_4 = -i\sqrt{2}$ sowie die Mengen

$$G = \{z \in \mathbb{C} : \min_{k=1,\dots,4} |z - z_k| \leq \sqrt{2}\}$$

und

$$H = \{z \in \mathbb{C} : |z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| < 2\}$$

gegeben.

- a) Skizzieren Sie G und H in der komplexen Ebene.
- b) Bestimmen Sie die Möbiustransformation T , die $T(\sqrt{2}+i\sqrt{2}) = 1$ und $T(G) = \hat{\mathbb{C}} \setminus H$ erfüllt.

Begründen Sie Ihre Vorgehensweise.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

a) $\int_{|z|=2} \frac{1}{1 - \frac{1}{z^4}} dz,$

b) $\int_{|z|=2} \frac{z^4}{\cosh(z^2) - 1} dz,$

c) $\int_{|z|=2} \frac{e^{\pi i \sinh z} + 4}{(z - \frac{1}{2})^2} dz.$

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$(xy^2 + y)dx - (x \ln x)dy = 0.$$

- Zeigen Sie, dass diese Differentialgleichung nicht exakt ist.
- Bestimmen Sie einen integrierenden Faktor μ der Form $\mu(x, y) = \frac{1}{x}y^a$ mit $a \in \mathbb{R}$.
- Berechnen Sie eine Lösung durch den Punkt $(e, \frac{1}{e})$ und geben Sie den zugehörigen Definitionsbereich an.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Bestimmen Sie mit Hilfe eines Potenzreihenansatzes die Lösung des Anfangswertproblems

$$y'' + xy' - 4y = -2 + 6x^2,$$
$$y(0) = 2, y'(0) = 0.$$

Viel Erfolg!

Hinweise für nach der Klausur:

Die Ergebnisse der Vordiplomklausuren hängen ab Dienstag, dem **09.10.2007**, vor dem Sekretariat aus und liegen unter

<http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/user/mi1/Schneider/HM/vd-h.html>

im Internet.

Die Klausureinsicht findet für diejenigen, die sich einer **mündlichen** Nachprüfung stellen müssen, am Dienstag, den **23.10.2007**, von 13.15 bis 13.45 Uhr im Seminarraum S 31 (Mathematikgebäude) statt.

Die Nachprüfungen selbst sind in der Woche vom **29.10.2007** bis **02.11.2007**.

Die **allgemeine** Klausureinsicht (siehe Aushang) ist am Mittwoch, den **07.11.2007**, von 15.45 bis 17.15 Uhr im Seminarraum S 34 (Mathematikgebäude) statt.