

Höhere Mathematik II

für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

14. und letztes Übungsblatt - SS 2007

Aufgabe 1

Berechnen Sie die Volumina folgender Körper:

- a) $K = \{(x, y, z)^\top \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x^2 + y^2 + (z - 1)^2 \leq 1\}$,
b) $K = \{(x, y, z)^\top \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, x^2 + z^2 \leq 1\}$.

Aufgabe 2

Der Vivianische Körper entsteht durch den Schnitt der Halbkugel

$$H : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq 0$$

mit dem Zylinder

$$Z : x^2 - x + y^2 \leq 0.$$

Berechnen Sie sein Volumen sowie seine Oberfläche.

Aufgabe 3

Gegeben sei die Menge $B = \{(x, y, z)^\top \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, -1 \leq z \leq -(x^2 + y^2)\}$ sowie das Vektorfeld

$$\vec{f}(x, y, z) = \begin{pmatrix} xy^2z \\ -x^2yz \\ z \end{pmatrix}.$$

Überprüfen Sie den Gaußschen Integralsatz anhand dieses Beispiels.

Aufgabe 4

Berechnen Sie den Fluss des Vektorfeldes

$$\vec{f}(x, y, z) = \begin{pmatrix} x - z \\ x^3 + yz \\ -3 + y^2 \end{pmatrix}$$

durch die Oberfläche des Kegels

$$K = \{(x, y, z)^\top \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq 2 - \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

– bitte wenden –

Aufgabe 5

\mathcal{F} sei der über der x - y -Ebene liegende Teil der Kegelfläche $z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2}$ sowie

$$\vec{f}(x, y, z) = \begin{pmatrix} x - z \\ x^3 + yz \\ -3xy^2 \end{pmatrix}$$

ein Vektorfeld. Bestimmen Sie $\iint_{\mathcal{F}} \operatorname{rot} \vec{f} \cdot d\vec{\sigma}$ direkt sowie mittels des Stokeschen Satzes.

Aufgabe 6

Überprüfen Sie den Stokeschen Integralsatz anhand des Vektorfeldes

$$\vec{f}(x, y, z) = \begin{pmatrix} z \\ x^3 + z \\ y^2 + z \end{pmatrix}$$

und des durch

$$\mathcal{F}: \quad \vec{r}(u, v) = (u, v, u^2 + v^2)^{\top} \quad \text{mit} \quad u^2 - 1 \leq v \leq 1 - u^2$$

gegebenen Teil des Rotationsparaboloids.

HINWEISE ZU DEN VORDIPLOMKLAUSUREN

- Die Vordiplomklausuren zur Höheren Mathematik finden an den folgenden Terminen statt:

HM I: Montag, 24. September 2007, 8.00-10.00 Uhr,
HM II: Montag, 24. September 2007, 11.00-13.00 Uhr,
HM III: Dienstag, 25. September 2007, 8.00-10.00 Uhr.

- Die Anmeldung erfolgt durch Abgabe des Prüfungszettels im Sekretariat (Zimmer 312, Kollegengebäude Mathematik).
- Anmeldeschluss ist Freitag, der 20. Juli 2007, 11.30 Uhr.
- Die Hörsaalverteilung wird am Montag, dem 17. September 2007, durch Aushang vor dem Sekretariat sowie im Internet bekannt gegeben.
- Weitere Informationen sind dem Aushang „Diplom-Vorprüfungen - Herbst 2007“ vor dem Sekretariat zu entnehmen oder können im Internet unter <http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/miischneider/lehre/hmiiss072007s/media/vd-info-herbst.pdf> abgerufen werden.