

11. Übungsblatt

Höhere Mathematik I für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe H1 Bestimmen Sie jeweils die Koeffizienten a_0 , a_1 , a_2 und a_3 der Potenzreihe mit Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ für

- (a) $\tanh x$,
- (b) $\frac{e^x}{\cos x}$.

Aufgabe H2 Welche Funktionen werden durch die folgenden Potenzreihen dargestellt?

- (a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{(n+1)!} z^n$,
- (b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} (z+i)^{2n+2}$.

Aufgabe H3 Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte.

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sinh x - \sin x}{x(\cosh x - 1)}$,
- (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^{x^2} - \cos x}{\tan x^2}$. ($a > 0$)

Aufgabe H4 Beweisen Sie die folgenden Aussagen.

- (a) Für $z \in \mathbb{C}$ und $n \in \mathbb{N}$ gilt $(\cosh z + \sinh z)^n = \cosh(nz) + \sinh(nz)$,
- (b) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\cos(kx)}{k!} = \cos(\sin x) e^{\cos x}$ für alle $x \in \mathbb{R}$,
- (c) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(kx)}{k!} = \sin(\sin x) e^{\cos x}$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

Aufgabe T1 Welche Funktionen werden durch die folgenden Potenzreihen dargestellt?

- (a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z-3)^{4n}}{(2n)!}$
- (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n+1}{2^{2n+1}(2n+1)!} z^{2n}$

Aufgabe T2 Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte.

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1} \right)^{x+1}$

(b) $\lim_{x \rightarrow \pi/4} (\tan x)^{\tan(2x)}$

Hinweis: Logarithmieren Sie den zu untersuchenden Term.

Aufgabe T3 Beweisen Sie

(a) Für alle $w, z \in \mathbb{C}$ gilt $\cos w - \cos z = -2 \sin\left(\frac{w+z}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{w-z}{2}\right)$.

(b) Für $z \in \mathbb{C} \setminus \{2k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$ und $n \in \mathbb{N}$ gilt $\frac{1}{2} + \sum_{k=1}^n \cos(kz) = \frac{\sin((n + \frac{1}{2})z)}{2 \sin(z/2)}$.

Aufgabe T4

(a) Bestimmen Sie alle $x > 0$, für die $x^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x$ gilt.

(b) Zeigen Sie: Die Ungleichung $|\sin(ax)| \leq a|\sin x|$ gilt für alle $a \in \mathbb{N}$ und alle $x \in \mathbb{R}$. Gilt sie sogar für alle $a > 0$?

(c) Es sei $a > 0$ und die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sei gegeben durch $f(t) = \sin(t) + \sin(at)$. Beweisen Sie, dass f genau dann periodisch ist, wenn a eine rationale Zahl ist.

Hinweis: Die Aufgaben H1-H4 werden in der Hörsaalübung und die Aufgaben T1-T4 in den Tutorien besprochen.

Informationen zur 2.Übungsklausur:

- Die Klausur findet am **Samstag**, den **03.02.2007** von **08.00-10.00 Uhr** statt.
- Es ist **keine Anmeldung** mehr erforderlich.
- **Hörsaalverteilung:**

Fachrichtung	Anfangsbuchstabe Nachname	Hörsaal
Physik/Chemie	(A-K)	HMU
Physik/Chemie	(L-Z)	HM0
ETEC/Geodäsie	(A-Z)	Audimax

- Die Klausuren können ab Dienstag, den 13.02.2007 im Sekretariat (Zi.312) abgeholt werden. Am Mittwoch, den 14.02.2007 findet von 13.15-13.45 Uhr im S 31 eine Meckerstunde statt.
- Zu den Klausuren mitzubringen sind Studenausweis und Schreibgerät; Papier wird gestellt.
- Zulässige Hilfsmittel sind alle Arten mathematischer Literatur und geheftete Blätter (z. B. Mitschriften, Übungsblätter, alte Klausuren). Nicht zugelassen sind einzelne Blätter und elektronische Hilfsmittel (z.B. Laptops, Taschenrechner, Mobiltelefone,...).