

4. Übungsblatt

Höhere Mathematik I für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe H1

- (a) Man skizziere das Schaubild der Funktion $y = |2x - 1|$.
- (b) Für welche Werte von x gilt: $\left| \frac{x^2}{1 - 4x} \right| < 1$?
- (c) Man löse die Gleichung $(x + 1)^2 = |x| + |x - 1| + 1$.
- (d) Man bestimme alle $x \in \mathbb{R}$ für die $|7 - |x - 5|| \leq 3$ gilt.

Aufgabe H2 In einer Klausur haben n Studierende insgesamt k Punkte erreicht (wobei $n, k \in \mathbb{N}$; halbe Punkte werden nicht vergeben). Zeigen Sie, daß es dann

$$\binom{n + k - 1}{k}$$

Möglichkeiten gibt, wie die Punkte auf die Studierenden verteilt sein können.

Aufgabe H3 Gegeben sind die zwei komplexen Zahlen $z = 3 - i$ und $w = -1 + 2i$. Man bestimme den Real- und Imaginärteil von

(i) z^3 , (ii) $\frac{1}{z}$, (iii) $z \cdot w$, (iv) $\bar{z}^2 + \frac{1}{w^2}$.

Aufgabe H4

- (a) Welche Kurven in der komplexen Ebene werden durch folgende Gleichungen dargestellt:

(i) $|z - z_0| = R$, (ii) $|z - i| = 1$, (iii) $\operatorname{Re} z^2 = 1$ (iv) $|z^2 - 1|^2 = 1$?

- (b) Man skizziere die folgende Teilmenge von \mathbb{C} :

$$K = \{z \in \mathbb{C} : 1 \leq |z - i| \text{ und } |z - i - 1| \leq 1\}.$$

- (c) Man bestimme alle $z \in \mathbb{C}$ für die der Ausdruck $w = \left(\frac{1+z}{1-z} \right)^2$ reell wird.
Auf welchen Kurven in der z -Ebene liegen die Punkte ?

Aufgabe T1

- (a) Man skizziere das Schaubild der Funktion $y = |x - 1| - |x|$.
- (b) Für welche Werte von x gilt: $\frac{3x}{1 + |x|} < 4x^2$?
- (c) Man löse die Gleichung $|x - 2||x + 2| = 2$.
- (d) Man bestimme alle $x \in \mathbb{R}$ für die $|2x| > |6 - 2x|$ gilt.

Aufgabe T2 Zeigen Sie, daß für alle $t \in \mathbb{R}$ und alle $n \in \mathbb{N}$ gilt

$$(1 + t)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} t^k.$$

Folgern Sie daraus den binomischen Lehrsatz.

Aufgabe T3 Man berechne Real- und Imaginärteil der folgenden komplexen Zahlen

- (a) $z = (1 + 2i)(3 + 4i)(5 + 6i)$, (b) $z = (3 - 2i)^3$, (c) $z = \frac{1 + 2i}{1 - 2i}$,
- (d) $z = \frac{10}{4 + 3i} + \frac{5}{3 - 4i}$, (e) $z = \frac{1 + i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5}{1 + i}$, (f) $z = \left(\frac{1 - i}{1 + i}\right)^{10}$.

Aufgabe T4

- (a) Man skizziere die folgende Teilmenge von \mathbb{C} :

$$R = \{z \in \mathbb{C} : 2 < |z| < 3 \text{ und } \frac{2}{3}\pi < \arg z < \frac{4}{3}\pi\}.$$

- (b) Welche Kurve in der komplexen Ebene wird durch $Im \frac{1}{z} = 2$ dargestellt ?

Welche Punktmenge in der komplexen z - Ebene wird dargestellt:

- (c) $|z^2 + \bar{z}^2| \leq 4$, (d) $|Re(1 + i)z| + |Im(1 + i)z| \geq 2$.

Hinweis: Die Aufgaben H1-H4 werden in der Hörsaalübung und die Aufgaben T1-T4 in den Tutorien besprochen.

Übungsklausur: Die erste Übungsklausur zu HM I findet am **Samstag, den 09.12.2006 von 08.00-10.00 Uhr** statt. Wer daran teilnehmen will trage sich im Zeitraum vom **15.11-24.11.2006** in die Listen ein, die neben dem Sekretariat (Zi.312) aushängen (bitte die Fachrichtung beachten).