Karlsruhe Institut für Technologie (KIT) WS 2022/23
Institut für Analysis 27.10.2022
Prof. Dr. D. Hundertmark
Priv. Doz. Dr. S. Wugalter

Klassische Methoden für die Differentialgleichungen
1. Übungsblatt

Aufgabe 1

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$2u_t + 3u_x = 0\,;\ \ u(x,0) = \sin x\,.$$

Aufgabe 2

Es seien $g, h \in \mathbb{C}^1[0,1]$ derart, dass $g(0) = h(0)\,, h'(0) = -g'(0)$. Zeigen Sie, dass für $(x,t) \in [0,1] \times [0,1]$ eine Lösung $u \in \mathbb{C}^1([0,1] \times [0,1])$ des Problems

$$u_t(t,x) + u_x(t,x) = 0\,, \quad u(0,x) = g(x)\,, u(t,0) = h(t)$$

gibt.

Aufgabe 3

Betrachten Sie die lineare Gleichung

$$\partial_t u(x,t) + (\cos t)\partial_x u(x,t) = 0 \qquad ((x,t) \in Q)$$

mit $Q = [0, 2\pi] \times [0, \infty)$.

a) Bestimmen Sie die Charakteristiken der Gleichung.

b) Betrachten Sie nun den Rand $R = \{0, 2\pi\} \times [0,\infty) \cup [0,2\pi] \times \{0\}$ von Q. Durch jeden Punkt $r \in R$ verläuft genau eine Grundcharakteristik $\vec{k} := (x(s), t(s))$, für die also $\vec{k}(t_0) = r$ für ein t_0 gilt. Bestimmen Sie diejenigen r, bei denen die Charakteristik nach Q hineinläuft, also bei denen $\vec{k}(t_0 + h) \in Q$ für kleine $h > 0$ gilt.