

# Nichtlineare Analysis

## 6. Übungsblatt

### Aufgabe 1 (Abbildungsgrad von Leray-Schauder)

Beweisen Sie den Satz über die Existenz- und Eindeutigkeit vom Abbildungsgrad von Leray-Schauder inklusive der Axiome, d.h. beweisen Sie Satz II.32.

### Aufgabe 2 (Beispiel zum Existenzsatz von Peano)

Seien  $c_0 := \{x = (x_n)_{n \in \mathbb{N}} \subseteq \mathbb{R} : x \text{ ist eine Nullfolge}\}$  der Banachraum der reellen Nullfolgen ausgestattet mit  $\|\cdot\|_{c_0} = \|\cdot\|_{l^\infty}$  und  $f: c_0 \rightarrow c_0$  die Funktion definiert durch  $f(x)_i = \sqrt{|x_i|}$  für alle  $i \in \mathbb{N}$  für  $x = (x_n)_{n \in \mathbb{N}} \in c_0$ . Gegeben sei zu einer positiven Nullfolge  $\varepsilon = (\varepsilon_n) \in c_0$  das Anfangswertproblem

$$(\text{AwP}) \begin{cases} u'(t) = f(u(t)) \text{ für alle } t \in [0, \tau] \\ u(0) = \varepsilon \end{cases}$$

mit  $\tau > 0$ . Zeigen Sie nun, dass zu keinem  $\tau > 0$  eine stetig-differenzierbare Lösung  $u$  vom Anfangswertproblem (AwP) existiert. Welche Voraussetzungen des Existenzsatzes von Peano (siehe Satz II.33) sind erfüllt, welche sind verletzt?