Institut für Analysis
PD Dr. Peer Christian Kunstmann
Silvana Avramska-Lukarska

SS 2015
24.04.2015

Numerische Methoden

für die Fachrichtungen Elektrotechnik, Meteorologie, Geodäsie und Geoinformatik

2. Übungsblatt

Aufgabe 1: Bestimmen Sie die Cholesky-Zerlegung $A = LL^H$ der symmetrischen, positiv definiten Matrix

$$A = \begin{bmatrix} 16 & 4 & 4 & -4 \\ 4 & 10 & 4 & 2 \\ 4 & 4 & 6 & -2 \\ -4 & 2 & -2 & 4 \end{bmatrix}$$

und lösen Sie anschließend das lineare Gleichungssystem $Ax = b$ mit $b = \begin{bmatrix} 32 \\ 26 \\ 20 \\ -6 \end{bmatrix}$.

Aufgabe 2: Eine Householder-Transformation eines Vektors $v \in \mathbb{C}^n$ ist durch $u = H_w v$ gegeben, wobei $w \in \mathbb{C}^n$ mit $w^H w = 1$ und $H_w = E - 2ww^H$.

(a) Zeigen Sie : Für alle linear unabhängigen Vektoren $u, v \in \mathbb{C}^n$ existiert ein $\alpha \in \mathbb{C}$ und $w \in \mathbb{C}^n$ mit $w^H w = 1$ und $\alpha u = H_w v$.

(b) Bestimmen Sie für linear unabhängigen Vektoren $u = (1, -1, 2), v = (0, 1, 1)$ eine Zahl $\alpha \in \mathbb{C}$ und einen Vektor $w \in \mathbb{C}^n$ wie in (a).

(c) Gegeben sei eine Ebene $Z = \{x \in \mathbb{C}^n : \nu_1 x_1 + ... + \nu_n x_n = 0\}$ für $\nu \in \mathbb{C}^n$ mit $\nu \neq 0$. Finden Sie eine Householder-Transformation (d.h. ein $w \in \mathbb{C}^n$ mit $w^H w = 1$ und die zugehörige Matrix H_w), die die Spiegelung an der Ebene Z realisiert.

(d) Finden Sie eine Householder-Transformation, die die Spiegelung an der Ebene $Z = \{x \in \mathbb{C}^5 : 2x_1 + 3x_2 - x_4 + x_5 = 0\}$ realisiert.

Die Aufgaben werden in der Übung am 08.05.2015 besprochen.