

## 8. Übungsblatt

### Partielle Differentialgleichungen

#### Aufgabe 1

Berechnen Sie ein vollständiges Integral und lösen Sie damit das gestellte Anfangswertproblem:

a)  $u_x u_y = 9x^2 y^2 u^2, u\left(\frac{y^2}{2}, y\right) = 0.$

b)  $\left(\frac{u_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{u_y}{y}\right)^2 - \left(\frac{2}{u}\right)^2 = 0, u(1, y) = \sqrt{2} \sqrt{1 + y^4}.$

#### Aufgabe 2

Für eine explizite Gleichung  $u_x = g(x, y, u, u_y)$  ( $g \in C^2$ ) kann man ein vollständiges Integral bestimmen, indem man das Anfangswertproblem  $u(0, y) = a + by$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) löst.

Führen Sie dies durch für die Beispiele

i)  $u_x = x^2 + u_y^2,$

ii)  $u_y = u_x^3.$

Mit den erhaltenen vollständigen Integralen sind die folgenden Anfangswertaufgaben zu lösen.

Im Fall i):  $u(0, y) = y^2,$  im Fall ii):  $u(x, 0) = 2x^{3/2}.$

#### Aufgabe 3

$G$  sei ein Gebiet im  $\mathbb{R}^2$ , das durch eine Kurve  $\gamma : x = \phi(y) \in C^1$  in zwei Teilgebiete  $G_1, G_2$  zerlegt wird.

Es gelten:  $u \in C^1(G), u \in C^2(G_1 \cup \gamma), u \in C^2(G_2 \cup \gamma)$  und

$$Lu = a(x, y)u_{xx} + 2b(x, y)u_{xy} + c(x, y)u_{yy} + 2d(x, y)u_x + 2e(x, y)u_y + f(x, y)u = 0$$

in  $G_1 \cup \gamma$  und in  $G_2 \cup \gamma$ ;  $a, b, \dots, f \in C^0(G).$

Geben Sie die Differentialgleichung an, der  $\phi$  genügen muss, wenn  $u_{xx}$  längs  $\gamma$  eine Sprungetetigkeit besitzt.

Berechnen Sie  $\gamma$  für die Gleichung  $u_{xx} + 4u_{xy} + 3u_{yy} = 0$  und für die Wellengleichung  $u_{yy} - c^2 u_{xx} = 0.$

Liebe Studierende,

in der Woche vom 12.12. bis zum 16.12. wird eine Vorlesungsbefragung via Internet durchgeführt. Sie erhalten dazu in der ersten Vorlesung dieser Woche ein einmal gültiges Passwort (TAN) und eine zugehörige URL (Internet-Adresse). Sie können also von jedem Rechner mit Internetzugang aus auf den Fragebogen zugreifen. Selbstverständlich steht Ihnen in dieser Woche auch unser Rechnerpool (Raum -125 im Keller des Mathematik-Gebäudes) zur Verfügung. An den Rechnern können Sie sich mit Benutzernamen 'eval' und Passwort 'eval' anmelden. Ein Browser öffnet sich dann automatisch mit der Evaluationsseite.

Bitte füllen Sie den Fragebogen aus. Sie helfen uns, die Qualität unserer Lehre weiter zu verbessern. Danke!

Claus-Günther Schmidt (Studiendekan der Fakultät für Mathematik)