

## 13. Übungsblatt

### Partielle Differentialgleichungen

#### Aufgabe 1

Lösen Sie das Dirichlet Problem für den Kreis  $B(0, R) \subset \mathbb{R}^2$ :

Gesucht ist die Funktion  $u \in C^2(B(0, R)) \cap C^0(\overline{B(0, R)})$ , die in  $B(0, R)$  harmonisch ist und  $u = f$  für  $\|x\| = R$  erfüllt.  $f$  ist eine auf  $S(0, R)$  vorgegebene stetige Funktion.

#### Aufgabe 2

Berechnen sie die Greensche Funktion 1. Art für  $\Delta$  und

- a)  $B(0, R) \subset \mathbb{R}^2$ ,
- b)  $\{(x_1, x_2, x_3) \mid x_3 > 0\}$ ,
- c)  $\{(x_1, x_2) \mid x_2 > 0\}$ ,
- d)  $\{(x_1, x_2) \mid x_1 > 0, x_2 > 0\}$ ,
- e)  $\{x \in \mathbb{R}^3 \mid \|x\| < R, x_3 > 0\}$ .

#### Aufgabe 3

Es sei  $\Gamma = \Gamma(y, x)$  die Greensche Funktion 1. Art für  $\Delta$  und  $G \subset \mathbb{R}^3$ .

Zeigen Sie:  $\Gamma(y, x) = \Gamma(x, y)$ ,  $x \neq y$ .