(weiter Z 10)

4) Eine Kurve auf einer (stetig diff'baren) Fläche kann stets zu einem Tangentialstreifen der Fläche ergänzt werden.
(→ jede Kurve auf einer Integralfläche ist Träger eines Integralstreifens)

Satz 3: Für jede Lösung $x = X(t)$, $z = Z(t)$, $p = P(t)$, $t \in I$ des charakt. DGLsystems (2), (3), (4) (Z 9 / Satz 2) gilt $F(X(t), Z(t), P(t)) = $ const, $t \in I$.

(→ Enthält ein charakt. Streifen ein Integralelement der DGL (1), so ist der Streifen ein Integralstreifen der DGL)

Satz 4 ("Jede zweimal stetig diff'bare Lösungsfläche der DGL (1) baut sich aus Charakteristiken auf")
Es sei $F \in C^2$ und $z = u(x) \in C^2$ eine Lösung der DGL (1). Es sei (x_0, z_0, p_0) ein Tangentialelement dieser Lösungsfläche. Dann ist der charakteristische Streifen, der (x_0, z_0, p_0) enthält, Tangentialstreifen der Lösungsfläche.

3.5 Lösung des Cauchyschen Anfangswertproblem (AWP) für

(1) $F(x, u(x), Du(x)) = 0$, $x \in G_0$

Gegeben ist

$$a: \quad \alpha(s_1, \dots, s_{n-1}) = \begin{pmatrix} v(s_1, \dots, s_{n-1}) \\ g(s_1, \dots, s_{n-1}) \end{pmatrix} \in C^1(P)$$

($P \subset \mathbb{R}^{n-1}$, $v: P \to G_0$, $g: P \to \mathbb{R}$, rang$(v_{s_1}, \dots, v_{s_{n-1}}) = n-1$)

Gesucht ist $u \in C^2(G_0)$ mit (1) und

(2) $u(v(s_1, \dots, s_{n-1})) = g(s_1, \dots, s_{n-1})$, $(s_1, \dots, s_{n-1}) \in P$

(a heißt Anfangsmannigfaltigkeit)
(Wir fassen im folgenden $(s_1, \dots, s_{n-1})$ zu s zusammen)

(noch Z 11)

<u>1. Schritt</u>: Ergänze $\mathfrak{a}$ durch $q: P \to \mathbb{R}^n$ zu einem Integralstreifen $\mathfrak{S}$.

$\mathfrak{S}$: $(v(s), g(s), q(s))$

$p = q(s)$ werden aus

<u>(3)</u> $g_{s_k} = q \cdot v_{s_k} \quad (k = 1, \dots, n-1)$ (Streifenbedingungen)

und

<u>(4)</u> $F(v(s), g(s), q(s)) = 0$

berechnet.

Diese Berechnung ist nach dem Satz über implizite Funktionen lokal bei Parameterwerten s^0 möglich, falls <u>(3)</u>, <u>(4)</u> in s^0

und

<u>(5)</u> $\det[F_p(v(s^0), g(s^0), q(s^0)), v_{s_1}(s^0), \dots, v_{s_{n-1}}(s^0)] \neq 0$

erfüllt sind.

Der so bei s^0 erhaltene Streifen $\mathfrak{S}: x = v(s), z = g(s), p = q(s)$ ist jetzt für (1) bzw. (für (2), <u>(3)</u>, <u>(4)</u> von Z 9) der <u>Anfangsstreifen</u>.