

# Mathematik Vorkurs 2019 für Mathematiker\*innen

## 2. Übungsblatt

### Übung 1 (Formulieren mit Quantoren)

Sei  $X$  die Menge der Teilnehmer\*innen dieses Vorkurses und  $Y$  die Menge der Aufgaben, sowie  $\mathcal{F}(x, y)$  die Aussage:

*”Der/ Die Teilnehmer\*in  $x$  hat die Aufgabe  $y$  eigenständig gelöst.”*

Formulieren Sie damit die folgenden Aussagen:

$$\begin{aligned}\exists x \in X : (\forall y \in Y : \mathcal{F}(x, y)), \\ \exists x \in X : (\exists y \in Y : \mathcal{F}(x, y)), \\ \forall x \in X : (\exists y \in Y : \mathcal{F}(x, y)), \\ \forall x \in X : (\forall y \in Y : \mathcal{F}(x, y)).\end{aligned}$$

### Übung 2 (Negation I)

Betrachten wir nun die beiden Aussagen

$$\begin{aligned}\forall x \in \mathbb{Z} : \exists y \in \mathbb{Z} : x + y = 0, \\ \exists x \in \mathbb{Z} : \forall y \in \mathbb{Z} : x + y = 0.\end{aligned}$$

Was bedeuten die beiden oberen Aussagen und welche davon ist wahr? Wie lauten die Negierungen?

### Übung 3 (Entweder ... oder)

Es sei  $X$  eine Menge und  $\mathcal{E}(\cdot)$ , sowie  $\mathcal{F}(\cdot)$  zwei Eigenschaften auf der Menge  $X$ , welche für alle  $x \in X$  mathematische Aussagen  $\mathcal{E}(x)$  bzw.  $\mathcal{F}(x)$  definieren. Formulieren Sie mithilfe der Quantoren die Aussage

*”Jedes  $x \in X$  erfüllt entweder  $\mathcal{E}(x)$  oder  $\mathcal{F}(x)$ .”*

und bilden Sie auch die Negierung dieser Aussage.

### Übung 4 (Formalisieren und Negieren)

Formalisieren und verneinen Sie die folgenden Aussagen. Geben Sie ferner eine umgangssprachliche Formulierung der Verneinung an.

- ”Wenn es regnet, werde ich naß, sofern ich draußen stehe, keinen Regenschirm dabei habe oder ich mich nirgends unterstellen kann.”*
- ”Jede Person im Raum sieht eine andere Person, welche ihn ansieht, aber nicht alle anderen.”*

## Übung 5 (Erste Ungleichungen)

Lösen Sie die folgenden Ungleichungen und geben Sie die Lösungsmenge an.

(a)  $4x + 3 \leq 2(2x - 6)$ .

(b)  $4(1 - x) + 3(x + 2) < 8$ .

(c)  $\frac{x-1}{2} \geq \frac{1-x}{3}$ .

(d)  $3x - 1 \leq 2(x - 3) - (2 - x)$ .

(e)  $9x \geq \frac{3(6x-1)}{2}$ .

(f)  $-7x \geq \frac{3(x-1)}{2}$ .

## Übung 6 (Beweisaufgabe)

(1) Beweisen Sie, dass für  $a, b, c \in \mathbb{R}$  mit  $a < b$  und  $c < 0$  gilt:  $ac > bc$ .

(2) Zeigen Sie, dass der Schnitt von offenen Intervallen wieder ein Intervall ist.

(3) Zeigen Sie, dass für  $a, b \in [0, \infty)$  die Äquivalenz

$$a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2$$

gilt.