

Mathematik Vorkurs 2019 für Mathematiker*innen

4. Übungsblatt

Übung 1 (Rationalmachen von Nennern)

Machen Sie die Nenner der folgenden Brüche rational.

(1) $\frac{ab}{c\sqrt{b}}$ für $a, b, c \in \mathbb{R}$ mit $b \neq 0 \neq c$.

(2) $\frac{3+2\sqrt{2}}{2-2\sqrt{2}}$.

(3) $\frac{3\sqrt{5}-2\sqrt{2}}{2\sqrt{5}-3\sqrt{2}}$.

(4) $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$.

(5) $\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}$.

(6) $\frac{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2-\sqrt{2}+\sqrt{6}}$.

Übung 2 (Quadratische Ungleichung)

Zeigen Sie, dass für alle $a, b \in \mathbb{R}$

$$a^2 - ab + b^2 \geq 0$$

gilt, mit " $>$ " falls a und b beide ungleich null sind.

Übung 3 (Ungleichung)

Für welche $x \in \mathbb{R}$ gilt:

$$x + \frac{1}{x} \geq 10.$$

Übung 4 (Wurzelgleichungen)

Lösen Sie die folgenden Wurzelgleichungen:

(1) $\sqrt{x+2} + \sqrt{x} + 1 = 0$.

(2) $x + \sqrt{x^2 - 25} = 25$.

(3) $\sqrt{x} + \sqrt{x+3} = \sqrt{x+8}$.

(4) $\sqrt{x+2} + \sqrt{2x+7} = 4$.

Übung 5 (Betragsungleichungen)

Lösen Sie die Betragsungleichungen, und geben Sie die Lösungsmenge an. Bestimmen Sie, wo relevant, zunächst die Definitionsmenge der Ungleichung.

(1) $|2x - 3| < x$.

(2) $|x - 2| < 3$.

(3) $|x^2 - 4x| > 0$.

(4) $\frac{2x+3}{|x+4|} \leq 1$.

(5) $\frac{|x-1|}{2x+2} \geq 1$.

(6) $|x + 2| > |x - 5|$.