

Diplom–Vorprüfung bzw. Bachelor–Modulprüfung
Höhere Mathematik I für die Fachrichtungen
Elektroingenieurwesen und Geodäsie

Aufgabe 1 (10 Punkte)

- a) Bestimmen Sie den Real- und Imaginärteil sowie den Betrag von

$$z := (-1 + \sqrt{3}i)^{11}.$$

Hinweis: $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

- b) Es seien $a, b \in \mathbb{C}$ und $|a| < 1$. Berechnen Sie alle $b \in \mathbb{C}$, für die

$$\left| \frac{a-b}{1-\bar{a}b} \right| < 1$$

gilt.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

- a) Die reelle Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ erfülle

$$a_n > 0 \quad \text{und} \quad \left(1 + \frac{a_n}{n}\right)^n = 2 \quad \text{für alle } n \in \mathbb{N}.$$

Prüfen Sie, ob die Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ konvergent ist, und berechnen Sie gegebenenfalls ihren Grenzwert.

- b) Berechnen Sie

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\sqrt[n]{n}}.$$

- c) Untersuchen Sie die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{2n+1} - \frac{2n-1}{2n} \right)$$

auf Konvergenz.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

- a) Ermitteln Sie den Konvergenzradius R der Potenzreihe

$$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{(-3)^k}{k} (x+1)^k$$

und bestimmen Sie für jedes $x \in \mathbb{R}$ mit $x+1 \in (-R, R)$ den Reihenwert.

- b) Zeigen Sie mit Hilfe des Mittelwertsatzes für alle $x, y \in [e, \infty)$

$$|\ln(1 + \ln x) - \ln(1 + \ln y)| \leq \frac{1}{2e} |x - y|.$$

Aufgabe 4 (10 Punkte)

- a) Berechnen Sie die folgenden Integrale.

i) $\int_1^2 (\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1) e^{x^2 - 2x + 1} dx$

ii) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \cdot \cos x}{1 + (\sin x)^2} dx$

iii) $\int_1^2 \sqrt{x^3 - x^2} dx$

- b) Zeigen Sie, dass

$$3 \leq \int_3^7 \frac{x}{x+1} dx \leq \frac{7}{2}$$

erfüllt ist.

Viel Erfolg!

Nach der Klausur:

Die Klausurergebnisse hängen ab Freitag, den 26.03.2010, am Schwarzen Brett neben Zimmer 3A-17 (Allianz-Gebäude 05.20) aus und liegen unter

www.math.kit.edu/iana1

im Internet. Die **Klausureinsicht** findet am Mittwoch, den 14.04.2010, von 14:00 Uhr bis 16:00 Uhr im Benz-Hörsaal statt. Die mündlichen Nachprüfungen sind in der Woche vom 19.04.2010 bis 23.04.2010 im Allianz-Gebäude 05.20.