

Bachelor–Modulprüfung
Höhere Mathematik I für die Fachrichtung
Elektrotechnik und Informationstechnik

Aufgabe 1 (10 Punkte) (4+3+3)

- a) Skizzieren Sie die Menge

$$M = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - 2i| = |z + 2|\}.$$

Geben Sie die $z \in M$ in der Form $z(t) = a + te^{i\varphi}$, $t \in \mathbb{R}$, an.

- b) Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$, die

$$z^3 = \frac{-6 + 10i}{1 + 4i}$$

erfüllen.

- c) Berechnen Sie Realteil und Imaginärteil der Zahl

$$\frac{(1+i)^{n+1}}{(1-i)^n} + \frac{(1-i)^{n+1}}{(1+i)^n} \quad (n \in \mathbb{N}).$$

Aufgabe 2 (10 Punkte) (3+4+3)

Es sind a_n für $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ wie folgt gegeben:

$$a_0 = 4, \quad a_{n+1} = \frac{3}{4}a_n + \frac{1}{2a_n^3} \quad (n = 0, 1, 2, \dots).$$

- a) Begründen Sie, dass die Funktion

$$g : [\sqrt[4]{2}, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x) := \frac{3}{4}x + \frac{1}{2x^3}$$

streng monoton wachsend ist, und bestimmen Sie den Wertebereich von g .

- b) Zeigen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$

$$a_n > \sqrt[4]{2}$$

gilt und dass die Folge (a_n) streng monoton fallend ist.

- c) Untersuchen Sie die Folge (a_n) auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

Aufgabe 3 (10 Punkte) (5+5)

a) Es sei

$$I_n := \int_0^1 x^n e^{ax} dx, \quad a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, \quad n \in \mathbb{N} \cup \{0\}.$$

Leiten Sie eine Rekursionsformel zur Berechnung der $I_n (n \in \mathbb{N})$ her. Berechnen Sie I_1, I_2, I_3 .

b) Berechnen Sie

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{e^{-2\frac{k}{n}}}{\sqrt{1 - e^{-2\frac{k}{n}}}} \right).$$

Aufgabe 4 (10 Punkte) (5+5)

a) Zeigen Sie, dass für $t > 1$

$$\ln(t) - \sqrt{t} + \frac{1}{\sqrt{t}} < 0$$

gilt.

b) Zeigen Sie, dass für $0 < x < y$

$$\sqrt{xy} < \frac{y - x}{\ln(y) - \ln(x)}$$

gilt.

(**Hinweise:** Für b) ist a) nützlich. Sie können auch nur b) behandeln und a) voraussetzen.)

Viel Erfolg!

Hinweise für nach der Klausur:

Die Klausurergebnisse hängen ab Dienstag, **26.03.2013**, am Schwarzen Brett neben Zimmer 3A-17 (Allianz-Gebäude 05.20) aus und liegen unter

<http://www.math.kit.edu/iana1...>

im Internet.

Die **Klausureinsicht** findet am Mittwoch, den **17.04.2013**, von 16.00 bis 18.00 Uhr im Benz Hörsaal (Geb. 10.21) statt.

Die mündlichen Nachprüfungen sind in der Woche vom **22.04.2013** bis **26.04.2013** im Allianzgebäude 05.20 (3.OG.).