

Modulprüfung / Bachelor
Höhere Mathematik I für die Fachrichtung
Elektrotechnik und Informationstechnik

Aufgabe 1 (3 + 2 + 5 Punkte)

- a) Berechnen Sie alle $z \in \mathbb{C}$, die der Gleichung

$$z^5 = -\frac{1+3i}{2+i}$$

genügen.

- b) Bestimmen Sie den Grenzwert $\lim_{x \rightarrow e} \frac{(\ln x)^{\frac{2}{3}} - 1}{\sin(x^2 - e^2)}$.

- c) Untersuchen Sie die folgende Reihe auf Konvergenz und absolute Konvergenz

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(1 - \cos \left(\frac{1}{\sqrt{n}} \right) \right).$$

Hinweis: Um die absolute Konvergenz zu untersuchen, zeigen Sie, dass

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}.$$

Aufgabe 2 (5 + 5 Punkte)

- a) Sei $f : (-\frac{1}{2}, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto \ln(1+2x)$.

- i) Bestimmen Sie die Zahl $T_1(f, 0)(0.1)$ (erstes Taylorpolynom von f um 0 an der Stelle 0.1).

- ii) Zeigen Sie, dass

$$|\ln(1.2) - T_1(f, 0)(0.1)| \leq 0.02.$$

- b) Gegeben sei die reelle Potenzreihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2 + (-1)^n}{3} + \frac{1}{n} \right)^n (x-2)^n.$$

- i) Berechnen Sie den Konvergenzradius R der Potenzreihe.
ii) Ermitteln Sie die Menge aller Punkte $x \in \mathbb{R}$, in denen die Reihe konvergiert.

Aufgabe 3 (3 + 4 + 3 Punkte)

- a) Berechnen Sie Minimum und Maximum der Funktion

$$f : [e^{-1}, e^2] \longrightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{\ln(x^5)}{x}.$$

- b) Berechnen Sie die folgenden Integrale

i) $\int_0^1 x^5 \sqrt{1-x^6} dx.$

ii) $\int x \arctan(x) dx.$

- c) Zeigen Sie, dass das uneigentliche Integral $\int_0^\infty \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} dx$ konvergent ist.

Aufgabe 4 (4 + 6 Punkte)

- a) Beweisen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}$

$$\sum_{k=1}^n k(k+1)(k+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$$

gilt.

- b) Wir betrachten die Matrix $A \in \mathbb{R}^{3 \times 4}$ mit $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 4 & 10 \\ 3 & 6 & 7 & 17 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie Kern A und Bild A , sowie die Menge aller Lösungen der Gleichung $A\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Viel Erfolg!

Nach der Klausur:

Die Klausurergebnisse liegen ab **10.04.2015** unter <http://www.math.kit.edu/iana1/> im Internet.

Die Klausureinsicht findet am Mittwoch, den **15.04.2015**, von 16 bis 18 Uhr im HSa.F. (Geb.50.35) statt.

Die mündlichen Nachprüfungen sind in der Woche vom **20.04.2015** bis **24.04.2015**.