

**Diplom-Vorprüfung**

**Höhere Mathematik I für die Fachrichtungen  
 Elektrotechnikwesen, Physik und Geodäsie**

**Aufgabe 1 (10 Punkte)**

a) Stellen Sie die komplexe Zahl

$$z := \frac{9 - 7i}{1 - 3i}$$

in der Form  $z = x + iy$ , mit  $x, y \in \mathbb{R}$  dar.

b) Stellen Sie die vier (verschiedenen!) Nullstellen  $z_1, z_2, z_3, z_4$  des Polynoms

$$g(z) := (z^2 - 1)^2 + 1$$

in der Form  $z_k = r_k(\cos(\varphi_k) + i\sin(\varphi_k))$ ,  $r_k \geq 0$ ,  $\varphi_k \in [0, 2\pi)$  ( $k = 1, 2, 3, 4$ ) dar.

c) Vorgegeben sei die Abbildung

$$f: \mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C}, \quad z \mapsto f(z) := \frac{2z + 1}{z}$$

Zeigen Sie, dass das Bild  $f(K_1)$  der Einheitskreislinie  $K_1 := \{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1\}$  wieder eine Kreislinie in der komplexen Zahlenebene ist, und bestimmen Sie sowohl den Mittelpunkt  $P$  als auch den Radius  $r$  des Kreises  $f(K_1)$ .

**Aufgabe 2 (10 Punkte)**

Untersuchen Sie, ob die angegebenen Folgen konvergieren, und bestimmen Sie den jeweiligen Grenzwert, falls existent. Geben Sie außerdem alle Häufungspunkte der Folgen an.

a)  $a_n = \frac{\binom{n}{2} + (-1)^n \cdot \frac{n^2}{2}}{n+3}$

b)  $b_n = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n \cdot \sin \frac{\pi n}{2}$

c)  $c_n = n \cdot \left(f\left(2 + \frac{1}{n}\right) - f(2)\right)$  mit  $f(x) = e^{4-x^2}$

**Aufgabe 3 (10 Punkte)**

Gegeben sei die Potenzreihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+1) \binom{\frac{1}{4}}{n} x^n$$

Bestimmen Sie den Konvergenzradius  $R$  der Potenzreihe und berechnen Sie für jedes  $x$  mit  $|x| < R$  den Reihenwert.

**Aufgabe 4 (10 Punkte)**

Gegeben sei für jedes  $\alpha \in \mathbb{R}$  die rationale Funktion

$$f_\alpha(x) = \frac{(x-2)(x-\alpha)}{(x^2-1)^2}$$

Bestimmen Sie alle  $\alpha$ , für die die Stammfunktion von  $f_\alpha(x)$  eine rationale Funktion ist, und berechnen Sie  $\int f_\alpha(x) dx$  für diese  $\alpha$ .

**Nach der Klausur**

Die Ergebnisse der Vordiplomklausuren hängen ab Mittwoch, den 11. April, vor dem Sekretariat aus und können auch im Internet abgerufen werden:

<http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/~mi1/Schneider/HM/vd-f.html>

Die Klausureinsicht findet für diejenigen, die sich einer mündlichen Nachprüfung stellen müssen, am Mittwoch, dem 25. April, von 13.15 bis 13.45 Uhr im S 31 statt. Ort und Termin für alle übrigen werden noch bekanntgegeben. Die Nachprüfungen selbst sind in der Woche vom 30. April bis 4. Mai.