

**Diplom–Vorprüfung**  
**Höhere Mathematik I für die Fachrichtungen**  
**Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie**

**Aufgabe 1 (10 Punkte)**

Beweisen Sie:

$$\frac{4^n}{n+1} < \binom{2n}{n} \quad (n \in \mathbb{N}, n \geq 2).$$

**Aufgabe 2 (10 Punkte)**

a) Bestimmen Sie alle  $z \in \mathbb{C}$ , die die Gleichung

$$z^2 - 2\bar{z} + 1 = 0$$

erfüllen.

b) Skizzieren Sie in der komplexen Ebene diejenigen Zahlen  $z$ , die den Ungleichungen

$$|z - \bar{z}| < 1 \quad \text{und} \quad \bar{z}(z - i) + iz \geq 3$$

genügen.

**Aufgabe 3 (10 Punkte)**

a) Berechnen Sie sämtliche Stammfunktionen der Funktion

$$f : (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{x + \sqrt{\sqrt{x} - 1}}{x^2 \sqrt{\sqrt{x} - 1}} \quad (x > 1).$$

**Hinweis:** Vereinfachen Sie zunächst  $f(x)$  und substituieren Sie dann geeignet.

b) Es sei  $f$  die Funktion aus a). Untersuchen Sie die Reihe

$$\sum_{n=2}^{\infty} f(n)$$

auf Konvergenz.

#### Aufgabe 4 (10 Punkte)

a) Untersuchen Sie das folgende Integral hinsichtlich Konvergenz:

$$\int_0^{\infty} (x^3 + x^5)^{-\frac{1}{4}} dx .$$

b) Berechnen Sie den folgenden Grenzwert:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t^3} \int_0^{\sin t} \arctan(x^2) dx .$$

**Hinweis:**  $\arctan(x) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{2k+1}, |x| < 1.$

**Viel Erfolg!**

#### Hinweise für nach der Klausur:

Die Ergebnisse der Vordiplomklausuren hängen ab Dienstag, dem **09.10.2007**, vor dem Sekretariat aus und liegen unter

<http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/user/mi1/Schneider/HM/vd-h.html>

im Internet.

Die Klausureinsicht findet für diejenigen, die sich einer **mündlichen** Nachprüfung stellen müssen, am Dienstag, den **23.10.2007**, von 13.15 bis 13.45 Uhr im Seminarraum S 31 (Mathematikgebäude) statt.

Die Nachprüfungen selbst sind in der Woche vom **29.10.2007** bis **02.11.2007**.

Die **allgemeine** Klausureinsicht (siehe Aushang) findet am Mittwoch, **07.11.2007**, von 15.45 bis 17.15 Uhr im Seminarraum S 34 (Mathematikgebäude) statt.